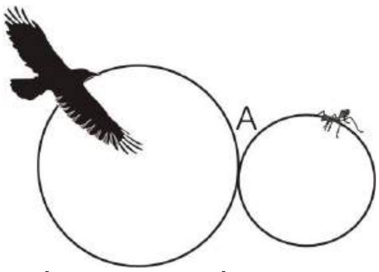
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Δ

ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ

Ένα πουλί και ένα έντομο διέρχονται ταυτόχρονα από το σημείο επαφής των δύο εφαπτόμενων κύκλων του σχήματος. Το πουλί διαγραφεί ομαλά την τροχιά του κύκλου σε χρονικό διάστημα 2 s. Το έντομο διαγράφει τον άλλο κύκλο ομαλά σε χρονικό διάστημα 3 s.



Δ1) Να υπολογίσετε τον λόγο της συχνότητας του πουλιού, προς τη συχνότητα του εντόμου.

Μονάδες 5

Δ2) Να υπολογίσετε τον λόγο της γραμμικής ταχύτητας του πουλιού προς τη γραμμική ταχύτητα του εντόμου, αν ο λόγος των αντίστοιχων ακτίνων κίνησης πουλιού - εντόμου είναι $R_{πουλ}/R_{εντ.} = 3/2$.

Μονάδες 6

Δ3) Υπολογίστε πόσους κύκλους θα έχει κάνει το πουλί και πόσους το έντομο μέχρι να ξανασυναντηθούν για πρώτη φόρα, μετά από τη στιγμή που διήλθαν ταυτόχρονα, από το σημείο επαφής.

Μονάδες 7

Δ4) Σε πόσο χρόνο θα ξανασυναντηθούν για δεύτερη φορά;

Μονάδες 7

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ / ΚΩΔΙΚΟΣ: 16004

Δ1. $T_\pi = 2\,s$, $T_{\varepsilon\nu\tau} = 3\,s$

$$\frac{f_\pi}{f_{\varepsilon\nu\tau}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 1,5$$

Δ2. $$\frac{\upsilon_\pi}{\upsilon_{\varepsilon\nu\tau}} = \frac{\frac{2\pi R_\pi}{T_\pi}}{\frac{2\pi R_{\varepsilon\nu\tau}}{T_{\varepsilon\nu\tau}}} = \frac{R_\pi T_{\varepsilon\nu\tau}}{R_{\varepsilon\nu\tau} T_\pi} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

Δ3. $S_\pi = \upsilon_\pi t$, $S_{\varepsilon\nu\tau} = \upsilon_{\varepsilon\nu} t$

Όμως: $S_\pi = N_\pi 2\pi R_\pi$ και $S_{\varepsilon\nu\tau} = N_{\varepsilon\nu\tau} 2\pi R_{\varepsilon\nu\tau}$

$$\Rightarrow \quad N_\pi 2\pi R_\pi = \upsilon_\pi t \quad (1) \quad \text{και} \quad N_{\varepsilon\nu\tau} 2\pi R_{\varepsilon\nu\tau} = \upsilon_{\varepsilon\nu\tau} t \quad (2)$$

Διαιρ. (1) : (2):

$$\frac{N_\pi R_\pi}{N_{\varepsilon\nu\tau} R_{\varepsilon\nu\tau}} = \frac{\upsilon_\pi}{\upsilon_{\varepsilon\nu\tau}} \quad \text{ή} \quad \frac{N_\pi}{N_{\varepsilon\nu\tau}} = \frac{\upsilon_\pi}{\upsilon_{\varepsilon\nu\tau}}\cdot\frac{R_{\varepsilon\nu\tau}}{R_\pi} \quad \text{ή} \quad \frac{N_\pi}{N_{\varepsilon\nu\tau}} = \frac{9}{4}\cdot\frac{2}{3} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\frac{N_\pi}{N_{\varepsilon\nu\tau}} = \frac{3}{2}}$$

Οι μικρότεροι φυσικοί αριθμοί με λόγο $\frac{3}{2}$ είναι $\mathbf{N_\pi = 3}$ και $\mathbf{N_{\varepsilon\nu\tau} = 2}$

Δ4. Το χρονικό διάστημα μεταξύ 2 διαδοχικών συναντήσεων είναι σταθερό.

$$\text{Από (1):} \quad t = \frac{N_\pi 2\pi R_\pi}{\upsilon_\pi} = \frac{N_\pi 2\pi R_\pi}{\frac{2\pi R_\pi}{T_\pi}} \quad \text{ή} \quad t = N_\pi \cdot T_\pi$$

Γενικεύοντας: $t = K \cdot N_\pi \cdot T_\pi$, όπου $(K \in N^*)$

Δηλαδή:

για 1^η φορά $K = 1$, $t = 6\,s$

για 2^η φορά $K = 2$, $t = 12\,s$

για 3^η φορά $K = 3$, $t = 18\,s$

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

K $\quad t = K \cdot 6\,s$

Άρα, για 2^η φορά $t = 2 \cdot N_\pi \cdot T_\pi$ ή $\mathbf{t = 12\,s}$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ

Σε σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0, σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δρα δύναμη σταθερού μέτρου F, με κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{\upsilon}_0$. Θεωρούμε θετική την κατεύθυνση της $\vec{\upsilon}_0$. Όταν η μεταβολή της ορμής του σώματος είναι $-3 \cdot m \cdot \upsilon_0$ να υπολογιστούν:

Δ1) Η ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 7

Δ2) Η χρονική διάρκεια κατά την οποία προκλήθηκε η προηγούμενη μεταβολή ορμής.

Μονάδες 6

Δ3) Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση κατά την οποία η δύναμη F είναι ομόρροπη με την ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 6

Δ4) Το μέτρο της μετατόπισης που αντιστοιχεί στο έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ3.

Μονάδες 6

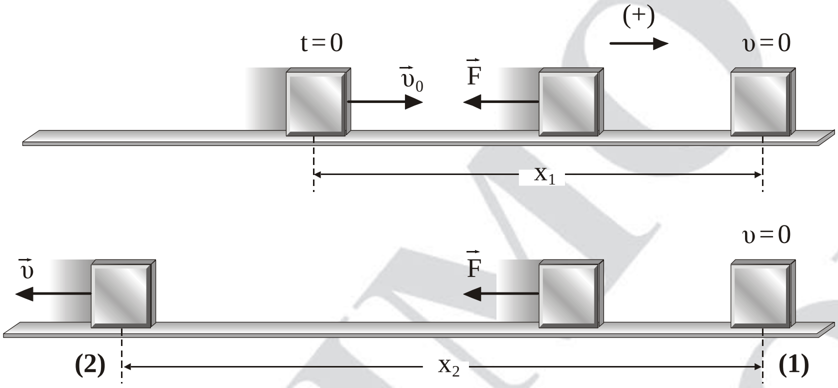
Οα απαντήσεις σας θα πρέπει να είναι εκφράσεις των m, F, και υ_0.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ / ΚΩΔΙΚΟΣ: 16005

Δ1. Έχουμε:

$$\Delta p = m\upsilon - m\upsilon_0 \quad ή \quad -3m\upsilon_0 = m\upsilon - m\upsilon_0 \quad \Rightarrow \quad \upsilon = -2\upsilon_0$$



Άρα, το σώμα αρχικά επιβραδύνεται ομαλά, σταματά στιγμιαία και μετά επιταχύνεται ομαλά με αντίθετη φορά κινήσεως ως προς την αρχική.

Το μέτρο της υ είναι $\upsilon = 2\upsilon_0$ και η φορά της αντίθετη της $\vec{\upsilon}_0$.

Δ2. Ισχύει: $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Με θετική φορά την κατεύθυνση της $\vec{\upsilon}_0$ (προς τα δεξιά) έχουμε:

$$-F = \frac{-3m\upsilon_0}{\Delta t} \quad ή \quad \boldsymbol{\Delta t = \frac{3m\upsilon_0}{F}}$$

Δ3. Α.Δ.Ε. για το σώμα στις θέσεις (1) - (2):

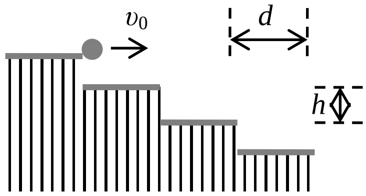
$$W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m4\upsilon_0^2 = 2m\upsilon_0^2$$

Δ4. Έχουμε:

$$W_F = F\cdot x_2 \quad ή \quad x_2 = \frac{W_F}{F} \quad ή \quad \boldsymbol{x_2 = \frac{2m\upsilon_0^2}{F}}$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ



Τα σκαλοπάτια μιας σκάλας είναι όλα όμοια μεταξύ τους και έχουν ύψος h = 20 cm και πλάτος d = 40 cm. Από το πλατύσκαλο στο επάνω μέρος της σκάλας, ρίχνουμε τη χρονική στιγμή t = 0 ένα μικρό σφαιρίδιο πλαστελίνης, με οριζόντια αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$ όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Το μικρό σφαιρίδιο περνά «ξυστά» στο άκρο (ακμή) του πρώτου (από πάνω) σκαλοπατιού τη χρονική στιγμή t_1.

Δ1) Υπολογίστε τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

Δ2) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

Δ3) Να δείξετε ότι το σφαιρίδιο πλαστελίνης θα σταματήσει οπωσδήποτε στο δεύτερο (μετρώντας από το πάνω μέρος της σκάλας) σκαλοπάτι.

Μονάδες 8

Δ4) Να προσδιορίσετε το σημείο του σκαλοπατιού που θα προσκρούσει το σφαιρίδιο της πλαστελίνης.

Μονάδες 5

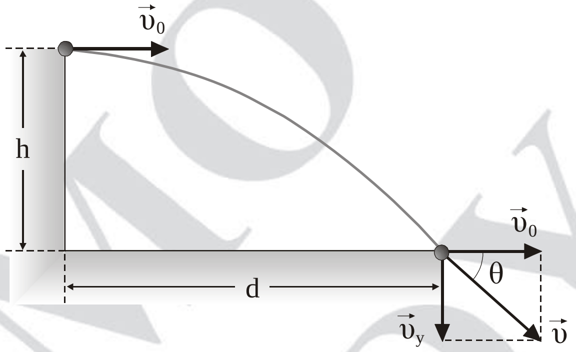
Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι g = 10 m/s^2. Να θεωρήσετε κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{2} = 1,4$.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ / ΚΩΔΙΚΟΣ: 16087

Δ1. $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{10}} = 0,2\ \text{s}$

Δ2. Ισχύει: $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t_1^2}$ (1)



(σχήμα 1)

Όμως: $d = \upsilon_0 t_1 \Rightarrow \upsilon_0 = 2\ \text{m/s}$

Άρα:

$$\upsilon = \sqrt{4 + 100 \cdot 0,04} = \sqrt{8} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 4} = 2\sqrt{2} = 2,8\ \text{m/s}$$

και $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{g t_1}{\upsilon_0} = \frac{2}{2}$ ή

$$\varepsilon\varphi\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^o$$

Άρα, το μέτρο της $\vec{\upsilon}$ είναι υ = 2,8 m/s και το διάνυσμά της σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία θ = 45^o.

Δ3. Υπολογίζουμε το $S_{\beta\varepsilon\lambda}$ από το πλατύσκαλο (σημείο βολής)

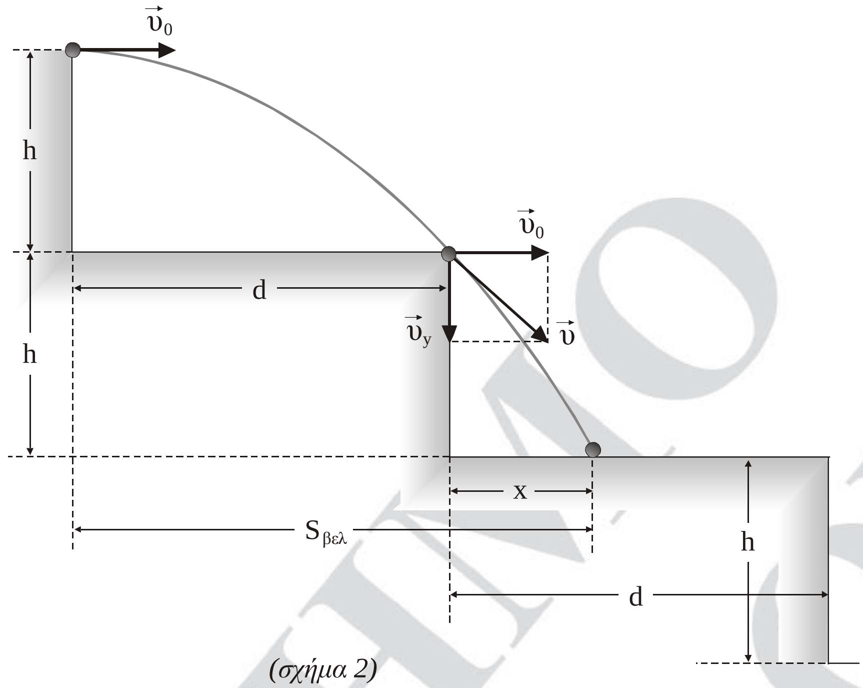
$$S_{\beta\varepsilon\lambda} = \upsilon_0 \cdot t_{o\lambda} \qquad (2)$$

Όμως: $t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2h}{g}} = \sqrt{0,08} = 2\sqrt{0,02}\ \text{s}$

Από (2):

$S_{\beta\varepsilon\lambda} = 4\sqrt{0,02}$ ή $S_{\beta\varepsilon\lambda} = 4\sqrt{2 \cdot 10^{-2}} = 0,4 \cdot 1,4 = 0,56\ \text{m}$

Επειδή: 2d = 0,8 m > $S_{\beta\varepsilon\lambda}$, η πλαστελίνη σταματά στο 2^o σκαλοπάτι



(σχήμα 2)

Δ4. Από σχήμα (2): $S_{βελ} = d + x \;\; \Rightarrow \;\; x = 0{,}16\,\text{m}$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ

Ένα βλήμα μάζας m = 2 kg εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος με ταχύτητα υ_0 = 100 m/s. Το βλήμα, 2 δευτερόλεπτα μετά την εκτόξευσή του διασπάται (λόγω έκρηξης) σε δύο ίσα κομμάτια. Το ένα από αυτά συνεχίζει να κινείται προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος h = 5 m από το σημείο της έκρηξης. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δ1) Ποια η ταχύτητα του βλήματος ελάχιστα πριν την έκρηξη;

Μονάδες 5

Δ2) Να υπολογιστούν τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κομματιών αμέσως μετά την έκρηξη;

Μονάδες 8

Δ3) Να ελέγξετε αν κατά την έκρηξη διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 6

Δ4) Τα δύο θραύσματα από την έκρηξη κάποια στιγμή θα πέσουν στο έδαφος και θα ακινητοποιηθούν. Να βρείτε το ποσό της εκλυόμενης θερμότητας, συνολικά και για τα δύο θραύσματα, κατά την πρόσκρουσή τους στο έδαφος.

Μονάδες 6

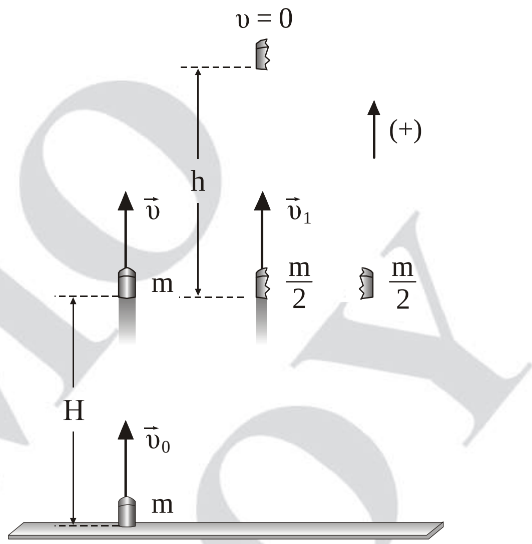
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g = 10 m/s^2.

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Δ / ΚΩΔΙΚΟΣ: 16092

Δ1. Έχουμε:

$$\upsilon = \upsilon_0 - gt = 100 - 2\cdot 10 \quad ή \quad \boldsymbol{\upsilon = 80\,m/s}$$



Δ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε. για το κομμάτι $\frac{m}{2}$ που φτάνει σε ύψος h μετά την έκρηξη.

$$\frac{1}{2}\frac{m}{2}\upsilon_1^2 = \frac{m}{2}gh \quad ή \quad \upsilon_1 = \sqrt{2gh} \quad ή \quad \upsilon_1 = 10\,m/s$$

Επειδή έχουμε έκρηξη ισχύει η Α.Δ.Ο.:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \quad ή \quad \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

με θετική φορά προς τα πάνω έχουμε:

$$m\upsilon = \frac{m}{2}\upsilon_1 + \frac{m}{2}\upsilon_2 \quad ή \quad 2\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 \quad ή \quad \upsilon_2 = 2\upsilon - \upsilon_1 \quad ή$$

$$\upsilon_2 = 160 - 10 \quad ή \quad \upsilon_2 = 150\,m/s \text{ με φορά προς τα πάνω}$$

Άρα τα μέτρα των 2 κομματιών μετά την έκρηξη είναι:

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 10\,m/s, \quad \upsilon_2 = 150\,m/s}$$

Δ3. Έχουμε:

$$K_{πριν} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6400 \quad ή \quad K_{πριν} = 6400\,J$$

$$K_{μετά} = \frac{1}{2}\frac{m}{2}\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{2}\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 100 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 22500 \quad ή \quad K_{μετά} = 11300\,J$$

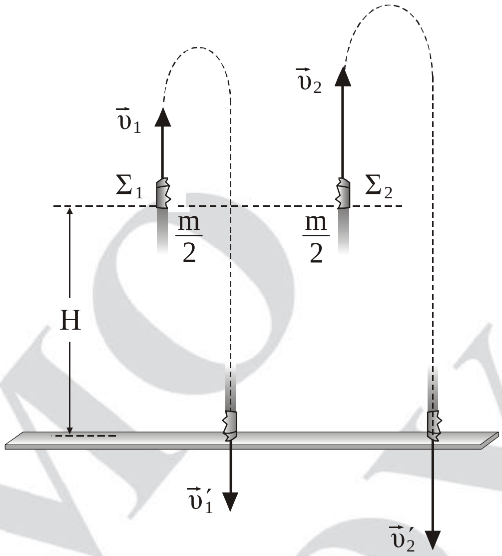
Επειδή $K_{πριν} \neq K_{μετά}$, ενώ $U_{βαρ}$ = σταθερή (η έκρηξη αρχίζει και τελειώνει στην ίδια θέση), η μηχανική ενέργεια του συστήματος κατά την έκρηξη, δεν διατηρείται.

Δ4. Έστω Η το ύψος από το έδαφος όπου έγινε η έκρηξη. Ισχύει:

$$H = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 100\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 4 \quad ή \quad H = 180\,m$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

Έστω K_1 η κινητική ενέργεια του Σ_1 μετά την έκρηξη και K_1' η κινητική του ενέργεια λίγο πριν ακινητοποιηθεί στο έδαφος.



Από Α.Δ.Ε. έχουμε:

$$K_1 + U_{\beta\alpha\rho} = K_1' \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}\frac{m}{2}\upsilon_1^2 + \frac{m}{2}gH = K_1' \quad \text{ή}$$

$$K_1' = 0,5\cdot 1\cdot 100 + 1\cdot 10\cdot 180 \quad \text{ή}$$

$$K_1' = 1850\,J$$

Όμοια, έστω K_2 η κινητική ενέργεια του Σ_2 μετά την έκρηξη και K_2' η κινητική του ενέργεια, λίγο πριν ακινητοποιηθεί στο έδαφος.

Από Α.Δ.Ε. έχουμε:

$$K_2 + U_{\beta\alpha\rho} = K_2' \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}\frac{m}{2}\upsilon_2^2 + \frac{m}{2}gH = K_2' \quad \text{ή} \quad K_2' = 0,5\cdot 1\cdot 22500 + 1\cdot 10\cdot 180 \quad \text{ή}$$

$$K_2' = 13050\,J$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης ενέργειας οι κινητικές ενέργειες K_1' και K_2' των 2 κομματιών θα μετατραπούν σε θερμότητα, αφού τα κομμάτια Σ_1, Σ_2 μετά την κρούση με το έδαφος θα ακινητοποιηθούν. Άρα:

$$Q_{o\lambda} = K_1' + K_2' \quad \text{ή} \quad \mathbf{Q_{o\lambda} = 14900\,J}$$

Άλλος τρόπος:

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος μετά την έκρηξη είναι:

$$E_{\mu\eta\chi(\mu\varepsilon\tau\alpha)} = K_{\mu\varepsilon\tau\alpha} + 2mgH \quad \text{ή}$$

$$E_{\mu\eta\chi(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} = 11300\,J + 2\cdot 1\cdot 10\cdot 180 = 11300 + 3600 \quad \text{ή} \quad E_{\mu\eta\chi(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} = 14900\,J$$

Επειδή στα 2 κομμάτια ασκείται μόνο η συντηρητική δύναμη του βάρους τους, η $E_{\mu\eta\chi(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$ διατηρείται, μέχρι αυτά να πέσουν στο έδαφος και να ακινητοποιηθούν.

Άρα, από την Α.Δ.Ε.:

$$\mathbf{E_{\mu\eta\chi(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} = Q_{o\lambda} = 14900\,J}$$

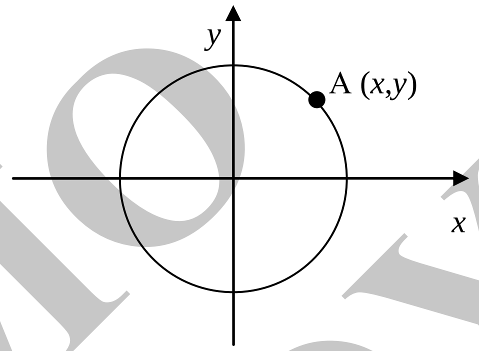
ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

ΘΕΜΑ Β

Β.1 Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα μέτρου υ σε κύκλο ακτίνας R. Κάποια χρονική στιγμή το σώμα διέρχεται από τη θέση Α (x,y), όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Στη θέση Α τα μέτρα των συνιστωσών της κεντρομόλου δύναμης ως προς το σύστημα των αξόνων του σχήματος (το κέντρο του οποίου συμπίπτει με το κέντρο του κύκλου) είναι:



α. $F_x = \dfrac{m\cdot\upsilon^2}{R^2}\cdot|x|,\ F_y = \dfrac{m\cdot\upsilon^2}{R^2}\cdot|y|$

β. $F_x = \dfrac{m\cdot\upsilon^2}{R^2}\cdot|y|,\ F_y = \dfrac{m\cdot\upsilon^2}{R^2}\cdot|x|$

γ. $F_x = \dfrac{m\cdot\upsilon^2}{R^2}\cdot x^2,\ F_y = \dfrac{m\cdot\upsilon^2}{R^2}\cdot y^2$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β.2 Κατά τη διάρκεια μιας αντιστρεπτής μεταβολής, μια ποσότητα ιδανικού αερίου αποδίδει στο περιβάλλον θερμότητα 600 J, ενώ και η εσωτερική του ενέργεια αυξάνεται κατά 200 J.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Στη διάρκεια της μεταβολής το αέριο

α. αποδίδει στο περιβάλλον έργο 800 J

β. απορροφά από το περιβάλλον έργο 800 J

γ. ανταλλάσει με το περιβάλλον έργο 400 J

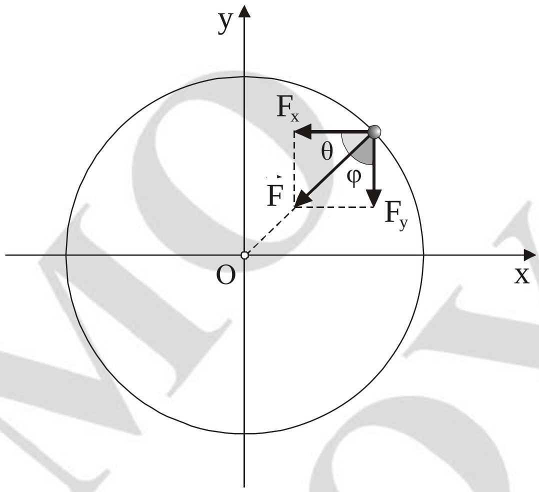
Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ

Β1. Έχουμε: $F = F_κ = \dfrac{mυ^2}{R}$



– Με αναφορά τη γωνία θ ισχύουν:

$F_x = Fσυνθ = F\dfrac{|-x|}{R}$ ή $F_x = \dfrac{mυ^2}{R^2}|x|$

$F_y = Fημθ = F\dfrac{|-y|}{R} = \dfrac{mυ^2}{R}|y|$

– Με αναφορά τη γωνία φ ισχύουν:

$F_x = Fημφ = F\dfrac{|-x|}{R} = \dfrac{mυ^2}{R^2}|x|$

$F_y = Fσυνφ = F\dfrac{|-y|}{R} = \dfrac{mυ^2}{R^2}|y|$

Σωστή η (α).

Σχόλιο: Παρατηρούμε ότι δεν παίζει ρόλο η επιλογή της γωνίας.

Β2. Ισχύουν: $Q = -600$ J, αφού η Q αποδίδεται στο περιβάλλον και $ΔU = 200$ J, αφού η U αυξάνεται.

Εφαρμόζουμε τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο για τη μεταβολή:

$$Q = ΔU + W \quad ή \quad -600 = 200 + W \quad ή \quad W = -800 \text{ J}$$

Επειδή $W < 0$, το αέριο απορροφά από το περιβάλλον (δηλ. συμπιέζεται), ενέργεια μέσω έργου 800 J.

Σωστή η (β).

ΟΡΟΣΗΜΟ ΖΩΓΡΑΦΟΥ