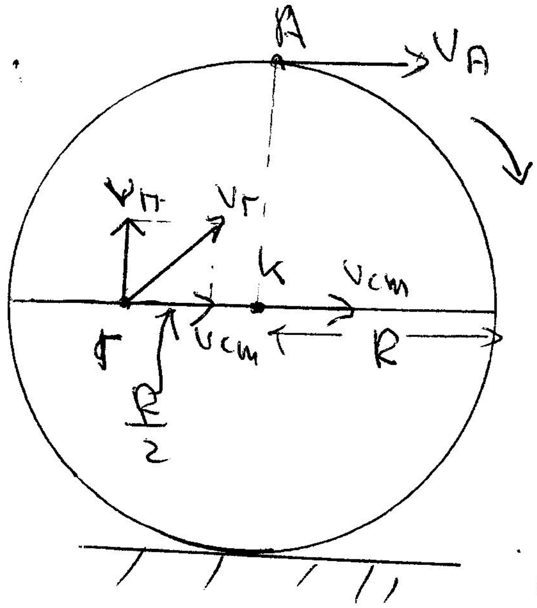
Θέμα Α:

Α1: (γ), Α2: (α), Α3 (γ), Α4 (δ).

Α5: α (Σ), β (Λ), γ (Σ), δ (Σ), ε (Λ).

Θέμα Β

Β1:



Σημείο Α:

$v_A = v_{cm} + \omega R \Rightarrow v_A = 2v_{cm}$

Σημείο Γ: $\vec{v}_\Gamma = \vec{v}_\pi + \vec{v}_{cm} \Rightarrow$

Μέτρο $v_\Gamma^2 = v_\pi^2 + v_{cm}^2 =$

$= \omega^2 \frac{R^2}{4} + v_{cm}^2 = \frac{v_{cm}^2}{4} + v_{cm}^2 \Rightarrow$

$v_\Gamma^2 = \frac{5v_{cm}^2}{4}$ ή $v_\Gamma = \frac{v_{cm}}{2}\sqrt{5}$

Έχουμε: $\frac{v_\Gamma}{v_A} = \frac{\frac{v_{cm}}{2}\sqrt{5}}{2v_{cm}} \Rightarrow \frac{v_\Gamma}{v_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$.

Σωστή η (iii).

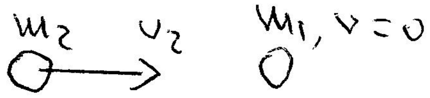
Β2: $m_1 \; \circ\!\!\longrightarrow v_1$ $\quad m_2, v=0 \; \circ$ Έχουμε: $\Pi_1 = \frac{K_2}{K_1(\pi\rho\iota\nu)} 100\%$ ή

$\Pi_1 = \frac{\frac{1}{2}m_2 v_2^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} 100\%$ ή $\Pi_1 = \frac{m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2} 100\%$ (1)

όμως: $v_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ (2) Από (1-2): $\Pi_1 = \frac{m_2 \frac{4m_1^2 v_1^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_1 v_1^2} 100\%$

$\Rightarrow \Pi_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} 100\%$ (3)

Β2: συνέχεια



Έχουμε: $\Pi_2 = \frac{K_1}{K_2(\pi\rho\iota\nu)} 100\%$ ή

$$\Pi_2 = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} 100\% \Rightarrow \Pi_2 = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} 100\% \quad (4)$$

όμως: $v_1 = \frac{2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ (5) Από (4-5): $\Pi_2 = \frac{m_1 \frac{4 m_2^2 v_2^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_2 v_2^2} 100\%$

$$\Rightarrow \Pi_2 = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} 100\% \quad (6)$$ Από (3 - 6):

$\Pi_1 = \Pi_2$. Σωστή η (ii).

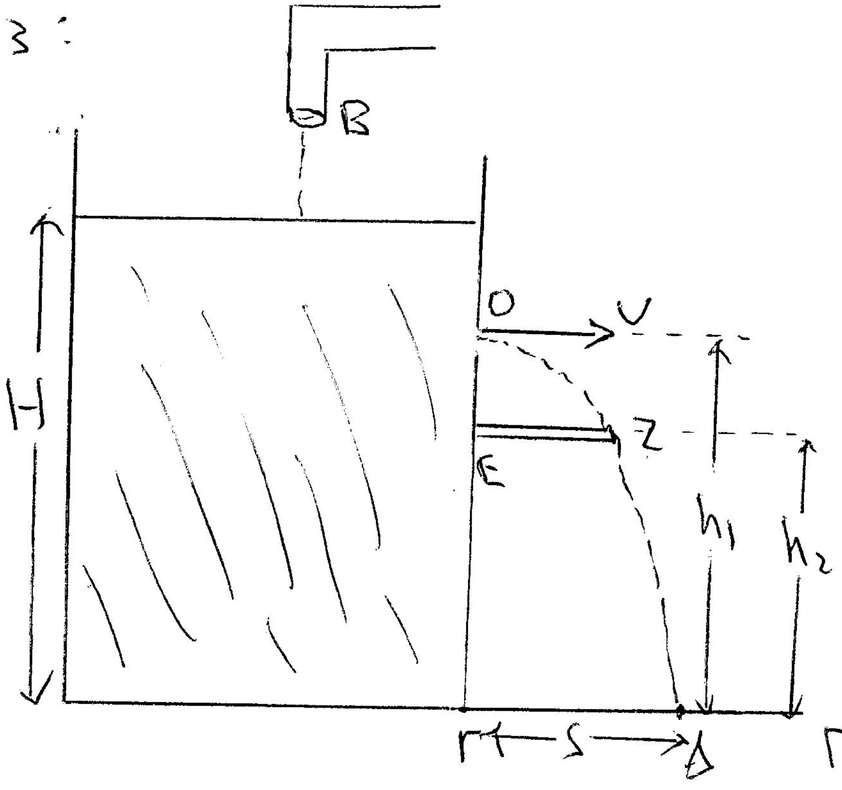
Σχόλιο:

Επειδή είτε η σφαίρα Σ_2, είτε η σφαίρα Σ_1 είναι αρχικά ακίνητες, η μεταφερόμενη κινητική ενέργεια της αρχικά κινούμενης σφαίρας, είναι η κινητική ενέργεια που αποκτά μετά την κεντρική ελαστική κρούση, η αρχικά ακίνητη σφαίρα.

Δηλ:

$$\Pi = \frac{K(\text{μετά})\ \text{αρχικά ακίνητης σφαίρας}}{K(\text{πριν})\ \text{αρχικά κινούμενης σφαίρας}} \cdot 100\%.$$

B3:



Για να μένει το ύψος H της ελεύθερης επιφάνειας σταθερό, πρέπει η παροχή της βρύσης Π_B, να είναι ίση με τη παροχή της οπής Π_O, δηλ.

$\Pi_B = \Pi_O = A \cdot \upsilon$ (1)

Από το Θεώρημα Torricelli έχουμε: $\upsilon = \sqrt{2g(H-h_1)}$ (2)

Για τα βεληνεκή των οριζόντιων βολών ισχύει:

α) (Ο-Δ) $S = \upsilon \cdot t_1$ ή $S = \upsilon\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (3).

β) (Ο-Ζ) (ΕΖ) $= \upsilon t_2$ ή $\frac{S}{2} = \upsilon\sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}}$ ή $S = 2\upsilon\sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}}$ (4)

Από (3-4): $\upsilon\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2\upsilon\sqrt{\frac{2(h_1-h_2)}{g}} \Rightarrow$

$\frac{2h_1}{g} = \frac{4\cdot 2(h_1-h_2)}{g} \Rightarrow h_1 = 4h_1 - 4h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{4}{3}h_2$

όμως $h_2 = \frac{21H}{32}$, άρα $h_1 = \frac{4}{3}\cdot\frac{21H}{32}$ ή $h_1 = \frac{7}{8}H$ (5)

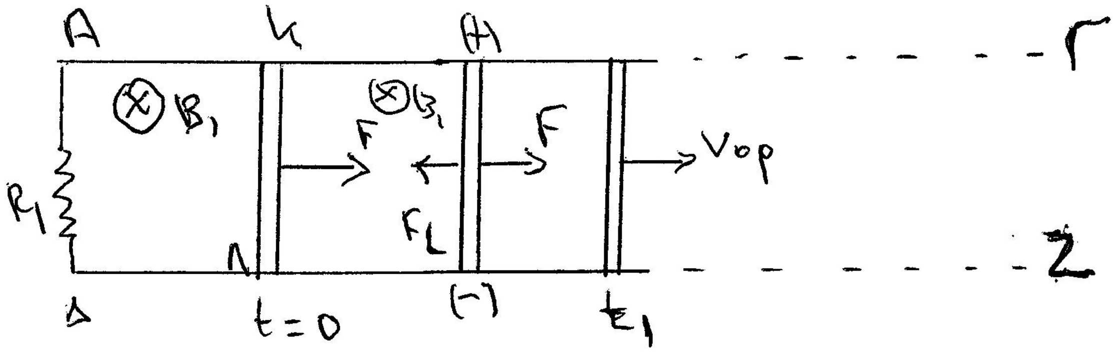
Από (2-5): $\upsilon = \sqrt{2g(H-\frac{7}{8}H)} = \sqrt{2g\frac{H}{8}} = \sqrt{\frac{gH}{4}}$ ή

$\upsilon = \frac{\sqrt{gH}}{2}$ (6). Τελικά από (1-6):

$\Pi_B = \Pi_O = \Pi = \frac{A}{2}\sqrt{gH}$. Σωστή η (i)

Θέμα Γ.

Γ_1:



Για $t>t=0$, ο ΚΛ κινείται μέσα σε Ο.Μ.Π. έντασης $\vec{B_1}$ που είναι κάθετο στο επίπεδο των ΑΓ και ΔΖ, με συνέπεια να αναπτύσσεται στα άκρα του Κ και Λ τάση από επαγωγή $E_{επ}$. Λόγω κλειστού κυκλώματος κυκλοφορεί ρεύμα με συνέπεια την άσκηση δύναμης Laplace, F_L, με φορά αντίρροπη της κίνησης του, λόγω κανόνα Lenz.

Για $0<t<t_1$ έχουμε: $\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L = ma$ ή

$$F - BIL = ma \Rightarrow F - B_1 L \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = ma \text{ ή } F - \frac{B_1^2 L^2 υ}{R_1 + R_{κλ}} = ma.$$

Επειδή η υ αυξάνεται η ΣF άρα και η α μειώνονται, όχι με σταθερό ρυθμό. (i)

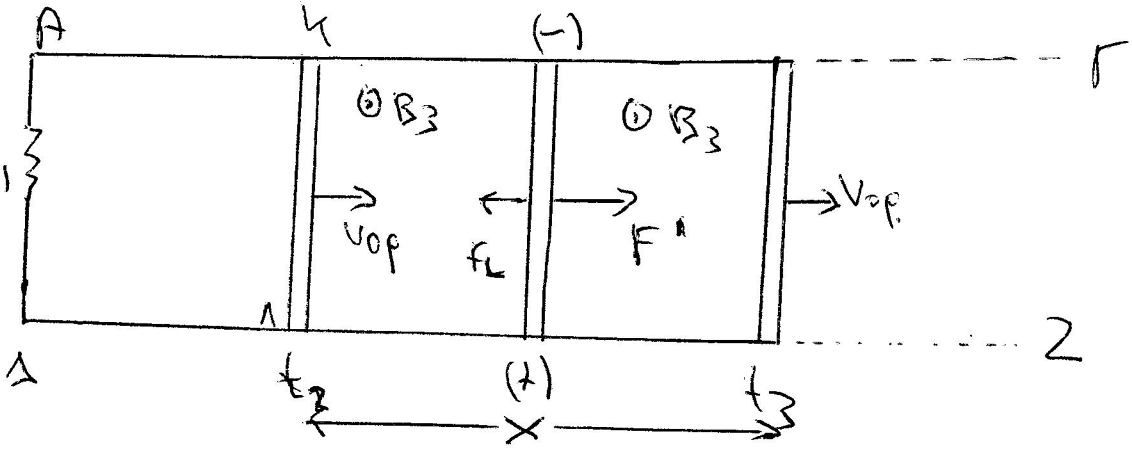
Όταν $F = F_L \Rightarrow \Sigma F = 0$ ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή οριακή ταχύτητα $υ_{ορ}$ και η κίνηση γίνεται ευθύγραμμη ομαλή.

$$F = F_L \Rightarrow F = \frac{B_1^2 L^2}{R_{ολ}} υ_{ορ} \Rightarrow υ_{ορ} = \frac{F(R_1 + R_{κλ})}{B_1^2 L^2} =$$

$$= \frac{0,8 \cdot 5}{1 \cdot 1} \text{ ή } \boxed{υ_{ορ} = 4\,m/s}$$

(i) Η κίνηση είναι ευθ. επιταχυνόμενη με φθίνουσα επιτάχυνση.

Γ2:



Η αλλαγή στη κατεύθυνση της έντασης B_3 του μαγνητικού πεδίου, έχει σαν συνέπεια την αλλαγή πολικότητας στα άκρα του ΚΛ, άρα και την αλλαγή της φοράς του ρεύματος.
Όμως λόγω κανόνα Lenz, η $\vec{F_L}$ αντιστέκεται στην ταχύτητα $\vec{v}_{op}$ του ΚΛ. Άρα η φορά της F' είναι προς τα δεξιά και επειδή $v=v_{op}$ όταν
$\Sigma F=0 \Rightarrow F'=F=0,8\,N$

Γ3: Επειδή $v=v_{op}=$ σταθ. $I=I_{op}=$ σταθ. και

$I_{op}=\frac{E_{επ}}{R_{ολ}}=\frac{B_3 v_{op} L}{R_1+R_{ΚΛ}}=\frac{1\cdot 4\cdot 1}{5}$ ή $I_{op}=0,8\,A$

Έχουμε: $Q=I_{op}^2\cdot R_{ολ}\cdot \Delta t$ (1) όπου $\Delta t=t_3-t_2$.

$q_{επ}=\frac{\Delta\Phi}{R_{ολ}}=\frac{B_3\Delta A}{R_{ολ}} \Rightarrow q_{επ}=\frac{B_3\cdot L\cdot x}{R_{ολ}} \Rightarrow x=\frac{q_{επ}(R_1+R_{ΚΛ})}{B_3\cdot L} \Rightarrow$

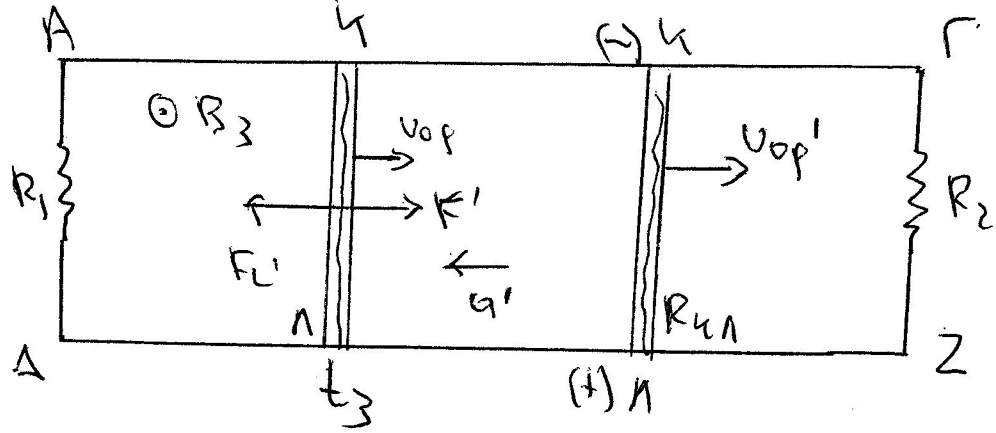
$x=1\,m$ και $\Delta t=\frac{x}{v_{op}}=\frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t=0,25\,s$.

Από (1) $Q=0,64\cdot 5\cdot 0,25$ ή $Q=0,8\,J$

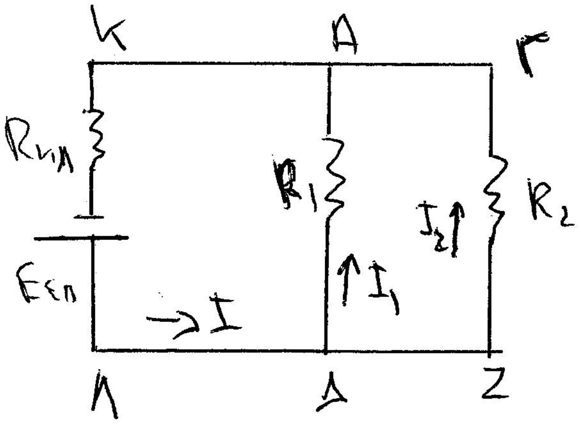
Διαφορετικά: Α.Δ.Ε. από (t_2-t_3):

$W_{F'}=Q \Rightarrow F'\cdot x=Q \Rightarrow Q=0,8\cdot 1$ ή $Q=0,8\,J$

Γ4:



Την t_3: $F_L' = \frac{B_3 L \cdot v_{ορ}}{R_{ολ}'}$ (2) Για το ισοδύναμο ηλ. κύκλωμα έχουμε:



$R_{ολ}' = R_{ΚΛ} + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 3 + \frac{4}{4}$ ή

$R_{ολ}' = 4\,\Omega$.

Από την (2) $F_L' = 1\,N > F' = 0,8\,N$

Ο ΚΛ επιβραδύνεται όχι ομαλά και ισχύει

$\Sigma F = m a' \to F_L' - F' = m a' \to \frac{B_3^2 \cdot L^2 \cdot v}{R_{ολ}'} - F' = m a'$

όταν $F_L' = F' \to v = v_{ορ}' \Rightarrow v_{ορ}' = \frac{F' \cdot R_{ολ}'}{B_3^2 \cdot L^2} = \frac{0,8 \cdot 4}{1 \cdot 1} = 3,2\,m/s$

Έχουμε: $V_{ΚΛ} = |E_{επ} - I_{ορ}' \cdot R_{ΚΛ}|$ (3)

όμως $E_{επ} = B_3 v_{ορ}' \cdot L = 3,2\,V$ και $I_{ορ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}'} = \frac{3,2}{4} = 0,8\,A$

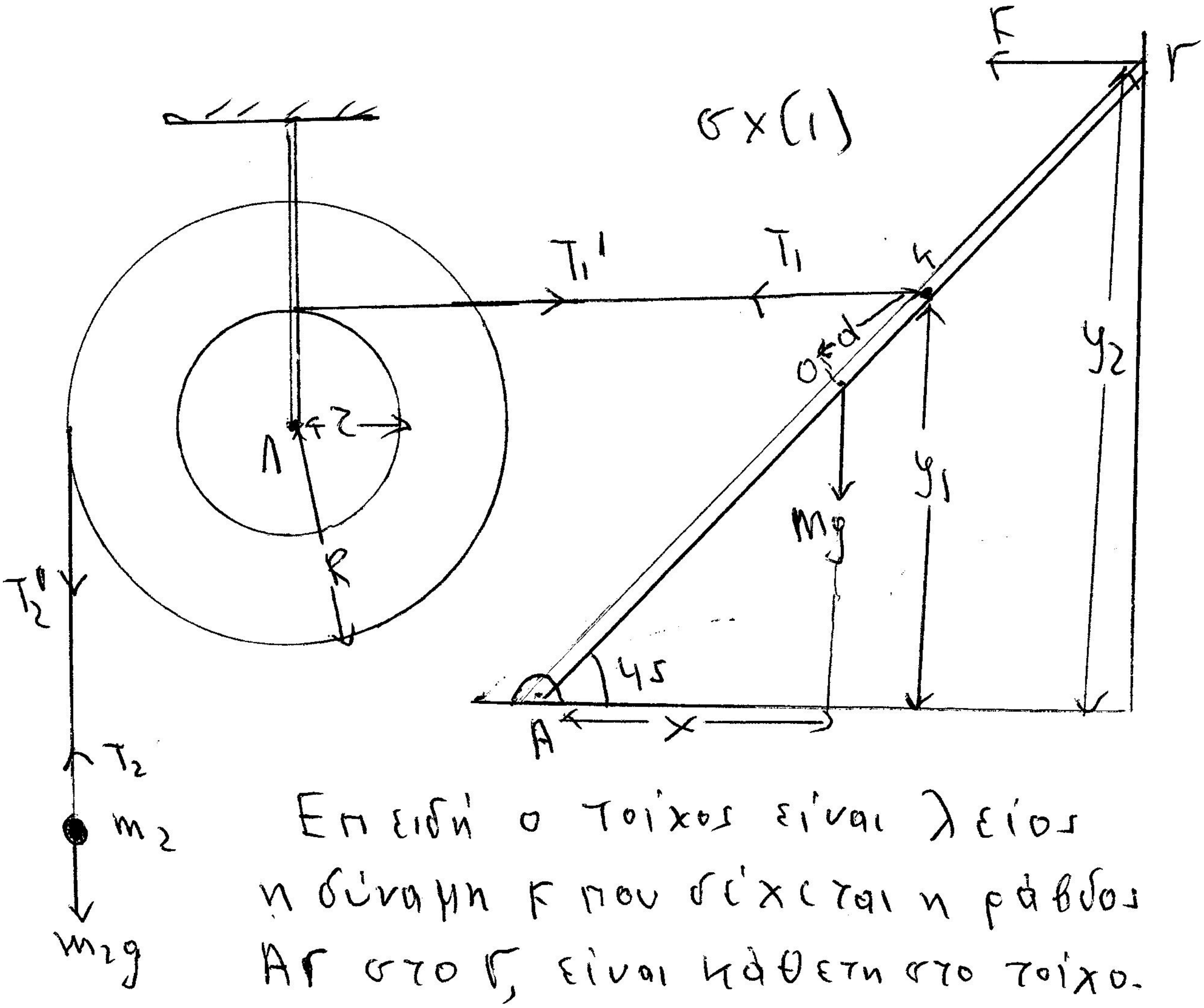
Από (3) $V_{ΚΛ} = 3,2 - 0,8 \cdot 3$ ή $V_{ΚΛ} = 0,8\,V$

Ισχύει: $V_{ΚΛ} = V_{ΑΔ} = V_{ΓΖ} = 0,8\,V$

$I_1 = \frac{V_{ΑΔ}}{R_1} = \frac{0,8}{2} = 0,4\,A$ και $I_2 = \frac{V_{ΓΖ}}{R_2} = \frac{0,8}{2} = 0,4\,A$.

Θέμα Δ.

Δ1.



Επειδή ο τοίχος είναι λείος η δύναμη F που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο Γ, είναι κάθετη στο τοίχο.

$\Sigma\tau(\Lambda)=0 \Rightarrow T_1'\cdot r = T_2' 2r \Rightarrow T_1' = T_1 = 2T_2'$

όμως $T_2' = T_2 = m_2 g \Rightarrow T_2' = 30N$ και $T_1 = 60N$.

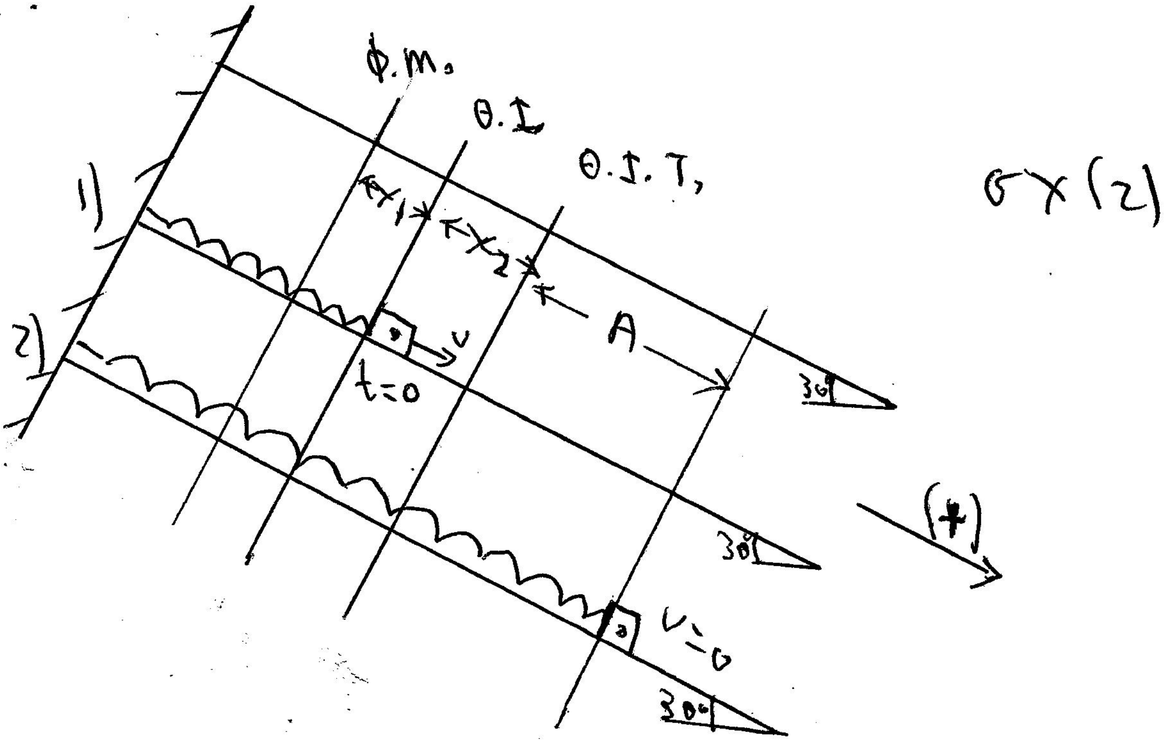
Για τη ράβδο $\Sigma\tau(A)=0 \Rightarrow Mg\cdot x = T_1\cdot y_1 + F\cdot y_2$ ή

$Mg\frac{\ell}{2}\text{συν}45 = T_1\left(\frac{\ell}{2}+\frac{\ell}{6}\right)\text{ημ}45 + F\ell\,\text{ημ}45 \Rightarrow$

$\frac{Mg\ell}{2} = T_1\frac{2\ell}{3} + F\cdot\ell \Rightarrow 50 = 40 + F$ ή

$F = 10N$.

Δ2:



Πριν τη κρούση στη Θ.Ι. για το m_1: $\Sigma F=0 \Rightarrow kx_1 = m_1 g\eta\mu 30$

$x_1 = 0{,}05\,m$. Στη Θ.Ι.Τ. για το συσσωμάτωμα: $\Sigma F=0$

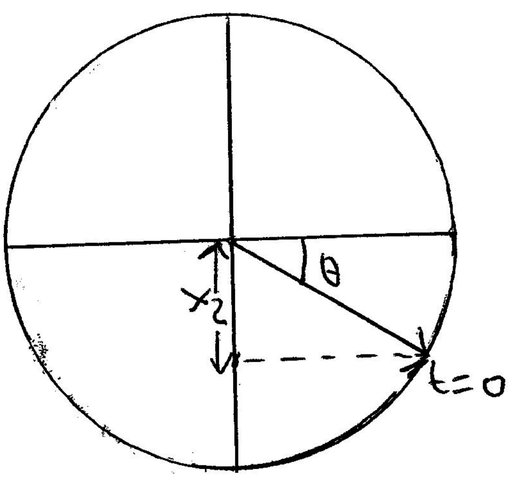
$k(x_1+x_2) = (m_1+m_2)g\cdot\eta\mu 30 \Rightarrow x_2 = 0{,}15\,m$.

$E_{ολ(Τ)1} = E_{ολ(Τ)2} \Rightarrow \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow$

$100\cdot 0{,}0225 + 4\cdot\frac{27}{16} = 100A^2 \Rightarrow 2{,}25 + 6{,}75 = 100A^2 \Rightarrow$

$A^2 = 0{,}09 \Rightarrow A = 0{,}3\,m$.

Δ3: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ (1). Ισχύει $k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5\,rad/s$



Από το κύκλο αναφοράς την $t=0$ έχουμε $x_2<0$ και $v>0$.

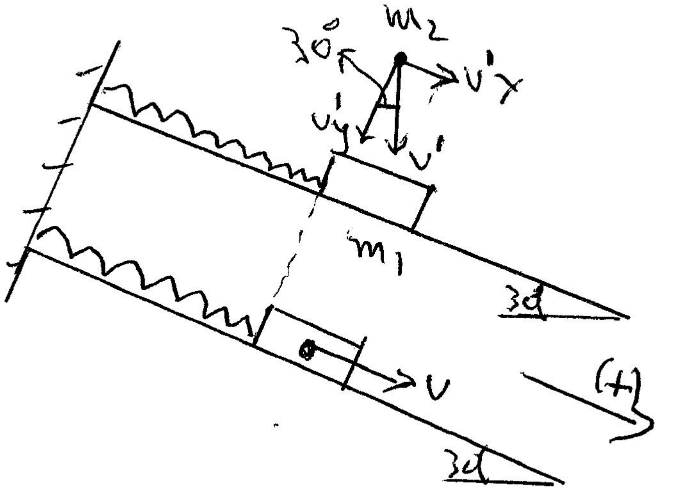
Άρα $\varphi_0 = 2\pi - \theta$ (2). $\eta\mu\theta = \frac{x_2}{A} = \frac{0{,}15}{0{,}3} = \frac{1}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{6}\,rad$. Από (2) $\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}\,rad$.

Τελικά, από την (1) έχουμε:

$x = 0{,}3\,\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right)$ S.I.

Δ4:



σχ(3)

Επειδή έχουμε κρούση, ισχύει η Α.Δ.Ο στον άξονα παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο, με θετική φορά του σχήματος (3):

$$m_2 v'_x = (m_1+m_2)v \Rightarrow v'_x = \frac{(m_1+m_2)v}{m_2} = \frac{4\,\frac{3\sqrt{3}}{4}}{3} \text{ ή}$$

$v'_x = \sqrt{3}$ m/s. Ισχύει: $\eta\mu 30 = \frac{v'_x}{v'} \Rightarrow v' = 2\sqrt{3}$ m/s

Έχουμε: $h = \frac{v'^2}{2g} = \frac{12}{20}$ ή $h = 0{,}6$ m

Δ5: Από το σχήμα (2) προκύπτει:

$$\frac{F_{ελ}}{F_{επ}} = \frac{k\,x_{max}}{k \cdot A} = \frac{x_1 + x_2 + A}{A} = \frac{0{,}05+0{,}15+0{,}3}{0{,}3} \text{ ή}$$

$$\frac{F_{ελ}}{F_{επ}} = \frac{5}{3}$$

Σχόλιο:

Τα θέματα ήταν ιδιαίτερα απαιτητικά, ενώ η διάρκεια εξέτασης τρεις (3) ώρες ήταν ανεπαρκής.