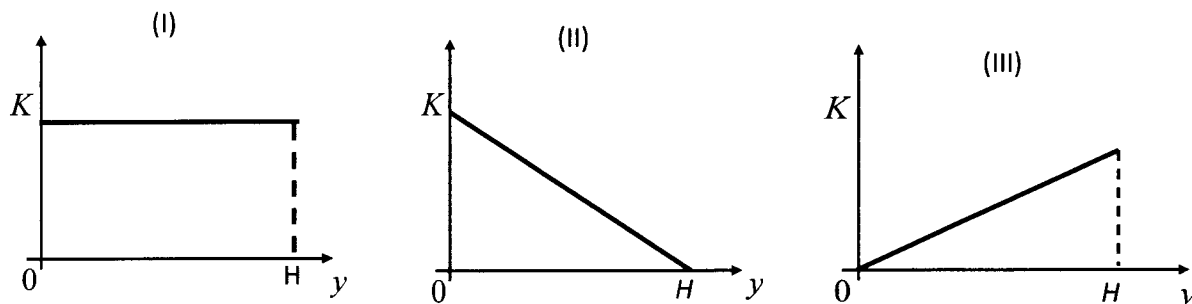


**ΘΕΜΑ Β**

**B<sub>1</sub>.** Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από αρχικό μικρό ύψος  $H$ , πάνω από το έδαφος και εκτελώντας ελεύθερη πτώση πέφτει στο έδαφος.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ( $K$ ) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος ( $y$ ) από το έδαφος, παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:

α) I

β) II

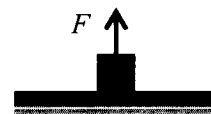
γ) III

**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**B<sub>2</sub>.** Σε ένα σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $a = 2g$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος  $B$  του σώματος θα έχει μέτρο:

α)  $F$

β)  $3F$

γ)  $\frac{F}{3}$

**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δύο κιβώτια Α και Β με μάζες  $m_A = 5 \text{ kg}$  και  $m_B = 10 \text{ kg}$ , κινούνται παράλληλα με έναν οριζόντιο προσανατολισμένο άξονα  $Ox$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ , κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο Α κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A = 10 \text{ m/s}$ , ενώ το κιβώτιο Β έχει ταχύτητα  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ , και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο  $a_B = 2 \text{ m/s}^2$  και φορά αντίθετη της ταχύτητας  $\vec{v}_0$ .

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο,

***Μονάδες 5***

**Δ2)** τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια Α και Β θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή  $t_0$ ,

***Μονάδες 6***

**Δ3)** τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα,

***Μονάδες 8***

**Δ4)** τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

***Μονάδες 6***

# Λύσεις αρχείου GI\_A\_FYS\_0\_3761

## ΘΕΜΑ Β

B1.

$$E_{MHX} = K + U \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{MHX} = K + mgy \Rightarrow$$

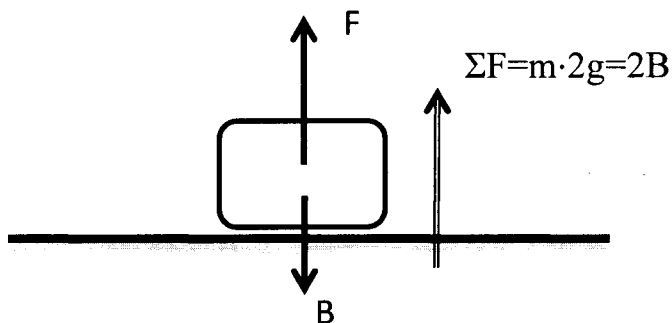
$$\Rightarrow K = E_{MHX} - mgy$$

Όμως η μηχανική ενέργεια είναι σταθερή (αγνοούμε αντίσταση του αέρα), συνεπώς η κινητική ενέργεια συναρτήσει του ύψους είναι μια εξίσωση της μορφής

$$y = b - ax$$

Άρα, η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας (K) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος, παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα (II).

B2.



Για το σώμα ισχύει:

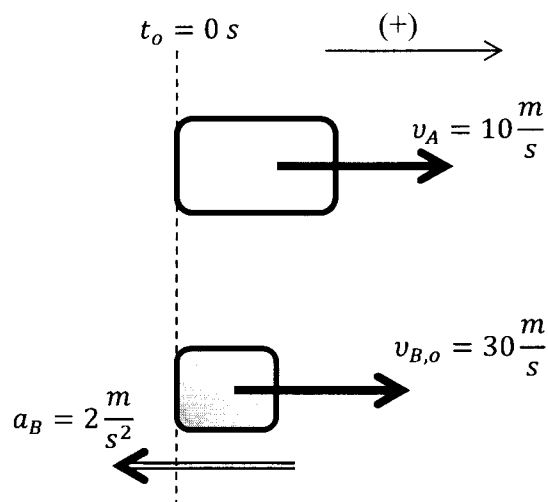
$$\Sigma F = F - B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot 2g = F - mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 3mg \Rightarrow F = 3B \Rightarrow B = \frac{F}{3}$$

Άρα, σωστή είναι η απάντηση (γ)  $\frac{F}{3}$

## ΘΕΜΑ Δ



**Δ1.**

Για τη συνισταμένη δύναμη κάθε σώματος ισχύει:

Σώμα (1):

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}^{(1)} &= \Sigma \vec{F}_x^{(1)} + \Sigma \vec{F}_y^{(1)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma \vec{F}^{(1)} &= 0 + (N_A - B) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma \vec{F}^{(1)} &= 0 \text{ N}\end{aligned}$$

Σώμα (2):

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}^{(2)} &= \Sigma \vec{F}_x^{(2)} + \Sigma \vec{F}_y^{(2)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma \vec{F}^{(2)} &= -F + (N_A - B) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma \vec{F}^{(1)} &= -F = -m_B \cdot a_B = -10 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma \vec{F}^{(1)} &= -20 \text{ N}\end{aligned}$$

**Δ2.**

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  που τα δύο σώματα θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο, θα ισχύει:

$$\begin{aligned}s_A &= s_B \Rightarrow \\ \Rightarrow v_A \cdot t_1 &= v_{B,o} - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 10 \cdot t_1 &= 30 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow t_1 &= 2,4 \text{ s (απορρίψαμε μια αρνητική ρίζα)}\end{aligned}$$

**Δ3.**

Τη χρονική στιγμή  $t_2$  κατά την οποία τα μέτρα των δύο ταχυτήτων θα είναι ίσα, θα ισχύει:

$$\begin{aligned}v_A &= v_B \Rightarrow \\ \Rightarrow v_A &= v_{B,o} - a_B \cdot t_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 10 \cdot t_2 &= 30 - 2 \cdot t_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow t_2 &= 3,75 \text{ s}\end{aligned}$$

**Δ4.**

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t_o = 0 \text{ s}$  ως τη χρονική στιγμή  $t_2 = 3,75 \text{ s}$  είναι:

Σώμα (1):

$$\begin{aligned}\Delta K^{(A)} &= K_{t_2}^{(A)} - K_{t_o}^{(A)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta K^{(A)} &= \frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} m_A v_A^2 = 0 \text{ J}\end{aligned}$$

Δηλαδή, δε μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του σώματος (2), γεγονός αναμενόμενο αφού εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.).

Σώμα (2):

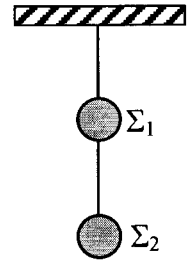
$$\begin{aligned}\Delta K^{(B)} &= K_{t_2}^{(B)} - K_{t_o}^{(B)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta K^{(B)} &= \frac{1}{2} m_B v_B^2 - \frac{1}{2} m_B v_{B,o}^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta K^{(B)} &= \frac{1}{2} m_B (v_{B,o} - a_B t_2)^2 - \frac{1}{2} m_B v_{B,o}^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta K^{(B)} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (30 - 2 \cdot 3,75)^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 30^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta K^{(B)} &= (30 - 7,5)^2 - 30^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta K^{(B)} &= -393,75 \text{ J}\end{aligned}$$

Δηλαδή, το σώμα (2) χάνει μέρος της κινητικής του ενέργειας, γεγονός αναμενόμενο αφού εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (Ε.Ο.Επιβ.Κ.).

## ΑΡΧΕΙΟ GI\_A\_FYS\_0\_3772

### ΘΕΜΑ Β

**Β<sub>1</sub>.** Δύο μεταλλικές σφαίρες  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  έχουν βάρη  $B_1$  και  $B_2$  αντίστοιχα και κρέμονται ακίνητες με τη βοήθεια νημάτων αμελητέας μάζας από την οροφή, όπως παριστάνεται στο σχήμα.



**A)** Να μεταφέρετε το διπλανό σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .

*Μονάδες 5*

**B)** Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που σχεδιάσατε, σε συνάρτηση με τα βάρη  $B_1$  και  $B_2$  των δύο σφαιρών.

*Μονάδες 7*

**Β<sub>2</sub>.** Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $d_1$  μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή  $v_2 = 2v_1$ , τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα  $d_2$ .

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει :

**α)**  $d_2 = 2d_1$

**β)**  $d_2 = 3d_1$

**γ)**  $d_2 = 4d_1$

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

### **ΘΕΜΑ Δ**

Ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 50 \text{ kg}$  είναι ακίνητο πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου ενός σχολείου. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  δύο μαθητές, ο Πάνος και η Μαρία αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Οι δυνάμεις που ασκούν οι μαθητές στο κιβώτιο είναι σταθερές οριζόντιες και ίδιας κατεύθυνσης. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο  $F_{\Pi} = 200 \text{ N}$  και η δύναμη που ασκεί η Μαρία έχει μέτρο  $F_M = 50 \text{ N}$ . Την χρονική στιγμή  $t_1$ , μέχρι την οποία το κιβώτιο έχει ολισθήσει  $2\text{m}$  πάνω στο δάπεδο, η Μαρία σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο, ενώ ο Πάνος συνεχίζει να το σπρώχνει.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου  $\mu = 0,4$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Δ1)** Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία η Μαρία σταμάτησε να σπρώχνει το κιβώτιο.

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_2 = 4 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

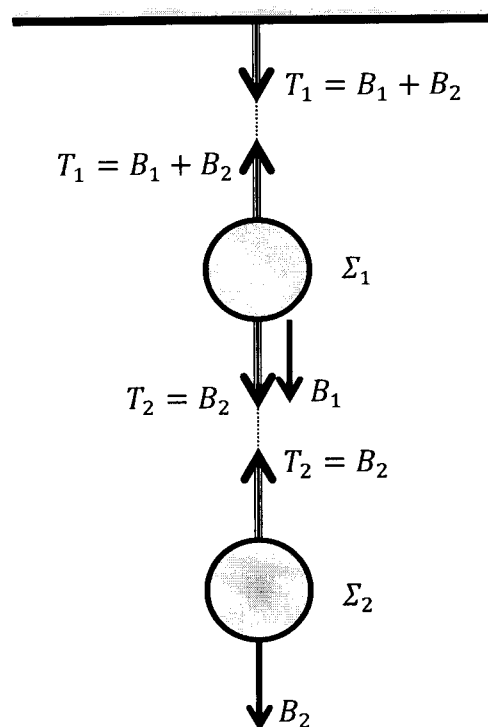
**Δ4)** Να υπολογιστεί η ενέργεια που πρόσφερε ο Πάνος στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε, από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως την στιγμή  $t_1$ , καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο ο Πάνος προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του.

**Μονάδες 6**

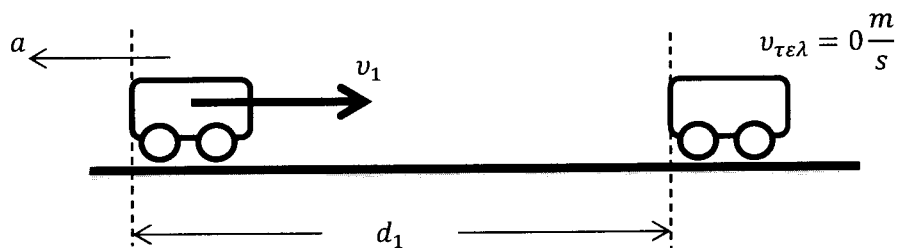
# Λύσεις αρχείου Gl\_A\_FYS\_0\_3772

## ΘΕΜΑ Β

B1.



B2.



Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (Ε.Ο.Επιβ.Κ.), συνεπώς:

$$d_1 = v_1 t_{ολ} - \frac{1}{2} a t_{ολ}^2$$

$$v_{τελ} = v_1 - a t_{ολ} \Rightarrow 0 = v_1 - a t_{ολ} \Rightarrow t_{ολ} = \frac{v_1}{a}$$

Τελικά, το διανυθέν διάστημα γράφεται:

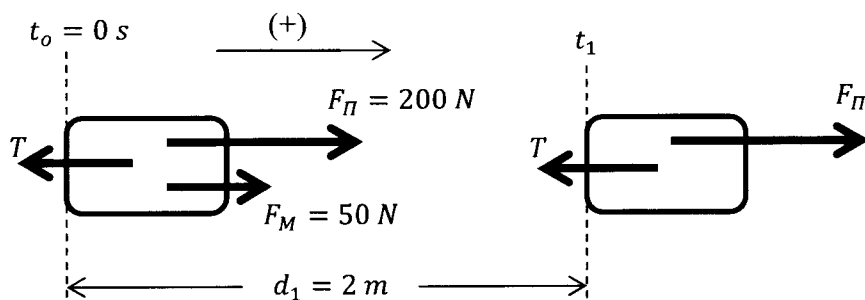
$$d_1 = \frac{v_1^2}{2a}$$

Με άλλα λόγια, δείξαμε ότι το διανυθέν διάστημα στην Ε.Ο.Επιβ.Κ. είναι ανάλογο του τετραγώνου της αρχικής ταχύτητας. Άρα, σωστή είναι η απάντηση (γ)  $d_2 = 4d_1$



## ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Δ1.

Η τριβή υπολογίζεται από τη σχέση  $T = \mu N_A = \mu mg = 0,4 \cdot 50 \cdot 10 \Rightarrow T = 200 \text{ N}$

Δ2.

Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  το κιβώτιο δέχεται τις δυνάμεις  $F_{\Pi} = 200 \text{ N}$ ,  $F_M = 50 \text{ N}$  και την τριβή  $T$ , δηλαδή μια σταθερή συνισταμένη δύναμη  $\Sigma F$  προς τα δεξιά. Συνεπώς, το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (Ε.Ο.Επιτ.Κ.), οπότε από τις εξισώσεις κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα (το κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο) έχουμε:

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Sigma F}{m} \cdot t_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow d_1 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} \cdot t_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{200 + 50 - 200}{50} \cdot t_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow t_1 &= 2 \text{ s} \end{aligned}$$

Δ3.

Για να σχεδιάσουμε το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου οφείλουμε πρώτα να προσδιορίσουμε τα είδη κίνησης που εκτελεί το κιβώτιο, οπότε αρχικά υπολογίζουμε τις αντίστοιχες συνισταμένες δυνάμεις:

Για  $t \in (0,2) \text{ s}$ :

$$\Sigma F = F_{\Pi} + F_M - T = 200 + 50 - 200 \Rightarrow \Sigma F = +50 \text{ N}$$

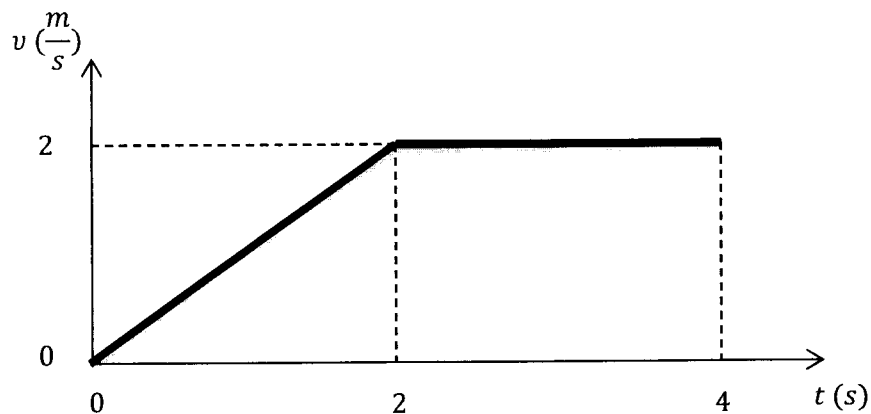
άρα το κιβώτιο για αυτό το χρονικό διάστημα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (Ε.Ο.Επιτ.Κ.).

Για  $t \in (2,4) \text{ s}$  η Μαρία σταματά να ασκεί δύναμη στο κιβώτιο, οπότε:

$$\Sigma F = F_{\Pi} - T = 200 - 200 \Rightarrow \Sigma F = 0 \text{ N}$$

άρα το κιβώτιο για αυτό το χρονικό διάστημα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.), με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα  $v_1$  που απέκτησε τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

$$\text{Τελικά, υπολογίζουμε την ταχύτητα } v_1 : v_1 = a \cdot t_1 = \frac{\Sigma F}{m} \cdot t_1 = \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} \cdot t_1 = \frac{200 + 50 - 200}{50} \cdot 2 \Rightarrow v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



**Δ4.**

Ο Πάνος μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  προσέφερε στο κιβώτιο ενέργεια:

$$\begin{aligned}
 W_{F_{\Pi}} &= F_{\Pi} \cdot d_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow W_{F_{\Pi}} &= 200 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} \Rightarrow \\
 \Rightarrow W_{F_{\Pi}} &= 400 \text{ J}
 \end{aligned}$$

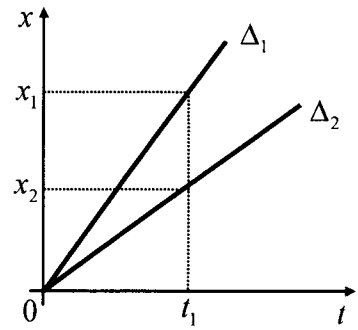
Μετά τη χρονική στιγμή  $t_1$  ο Πάνος προσφέρει στο κιβώτιο ενέργεια με ρυθμό:

$$\begin{aligned}
 P_{F_{\Pi}} &= \frac{W_{F_{\Pi}}}{t_2 - t_1} = \frac{F_{\Pi} \cdot d_2}{t_2 - t_1} \Rightarrow \\
 \Rightarrow P_{F_{\Pi}} &= F_{\Pi} \cdot \frac{d_2}{t_2 - t_1} = F_{\Pi} \cdot v_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow P_{F_{\Pi}} &= 200 \text{ N} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\
 \Rightarrow P_{F_{\Pi}} &= 400 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Με άλλα λόγια, η ισχύς προσφοράς ενέργειας από τον Πάνο στο κιβώτιο είναι ίση με  $400 \text{ W}$ .

**ΘΕΜΑ Β**

**B1)** Δύο δρομείς  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  κινούνται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται πως μεταβάλλεται η θέση των δρομέων, σε συνάρτηση με το χρόνο.



**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η κίνηση των δρομέων είναι:

**α)** ευθύγραμμη ομαλή και ο  $\Delta_1$  κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από τον  $\Delta_2$ .

**β)** ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και ο  $\Delta_1$  κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση από τον  $\Delta_2$ .

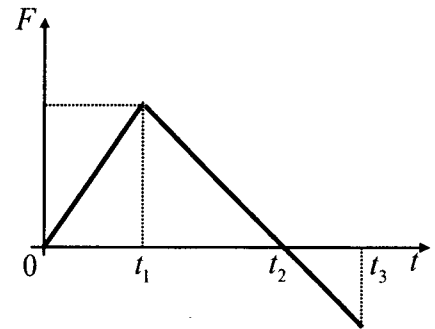
**γ)** ευθύγραμμη ομαλή και ο  $\Delta_1$  κινείται με μικρότερη ταχύτητα από τον  $\Delta_2$ .

Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**B2)** Σε μια μπάλα που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται πως μεταβάλλεται η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.



**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η κινητική ενέργεια της μπάλας έχει τη μέγιστη τιμή της:

**α)** τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

**β)** τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

**γ)** τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

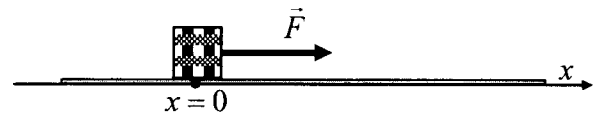
Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ Δ**

Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  και το κιβώτιο ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $8 \text{ m/s}$ , σε οριζόντιο δρόμο που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη μετατόπιση του κιβωτίου από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x_1 = 15 \text{ m}$  είναι ίσο με  $300 \text{ J}$ . Να υπολογίσετε:



**Δ1)** το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

Μονάδες 6

**Δ2)** το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

Μονάδες 6

**Δ3)** το ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο κιβώτιο ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.

Μονάδες 6

**Δ4)** Τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση  $x_1$ , καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ . Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου σε συνάρτηση με τη θέση του  $x$  πάνω στον άξονα, από τη θέση  $x_0 = 0$ , μέχρι τη θέση όπου αυτό σταματά.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

# Λύσεις αρχείου Gl\_A\_FYS\_0\_4995

## ΘΕΜΑ Β

B1.

Σωστή είναι η απάντηση (α), γιατί από κλίση του διαγράμματος θέσης - χρόνου διαπιστώνουμε ότι  $v_1 > v_2$  και επίσης από την μορφή του διαγράμματος διαπιστώνουμε ότι και οι δύο δρομείς εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.).

B2.

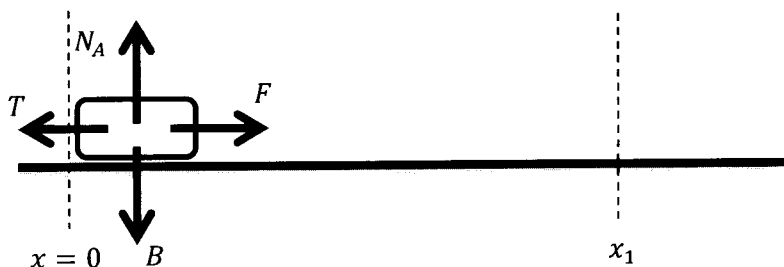
Σύμφωνα με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι ίση με το άθροισμα των έργων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα. Εφόσον η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η οριζόντια δύναμη  $F$ , τότε η κινητική ενέργεια της μπάλας έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή  $t_2$ , αφού στην περίπτωση μας το έργο προκύπτει από το εμβαδόν του διαγράμματος δύναμης - θέσης.

Αναλυτικότερα, από το διάγραμμα ισχύει:

$$W_1 < W_3 < W_2 \Rightarrow \Delta K_1 < \Delta K_3 < \Delta K_2$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Το μέτρο της δύναμης  $F$  υπολογίζεται από το έργο της :

$$\begin{aligned} W_F &= F \cdot \Delta x = F \cdot (x_1 - x_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow 300 &= F \cdot (15 - 0) \Rightarrow F = 20 \text{ N} \end{aligned}$$

Δ2.

Το κιβώτιο δέχεται τη δύναμη  $F = 20 \text{ N}$ , την τριβή  $T$ , το βάρος  $B = mg = 50 \text{ N}$  και την κάθετη αντίδραση  $N_A = B = 50 \text{ N}$ . Σύμφωνα με την άσκηση, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.) με ταχύτητα  $v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , άρα σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton η συνισταμένη δύναμη  $\Sigma F$  είναι μηδενική:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= 0 \Rightarrow F - T = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow F &= T \Rightarrow F = \mu \cdot N_A = \mu \cdot mg \Rightarrow 20 = \mu \cdot 50 \Rightarrow \mu = 0,4 \end{aligned}$$

**Δ3.**

Για να υπολογίσουμε το ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο κιβώτιο ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα, κάνουμε:

$$\begin{aligned}P_T &= \frac{|W_T|}{\Delta t} = \frac{|-T \cdot \Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow \\&\Rightarrow P_T = T \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = T \cdot v \Rightarrow \\&\Rightarrow P_T = \mu N_A \cdot v = \mu \cdot mg \cdot v \Rightarrow \\&\Rightarrow P_T = 0,4 \cdot 50 \cdot 8 \Rightarrow P_T = 160 \text{ W}\end{aligned}$$

**Δ4.**

Για να βρούμε τη σχέση της κινητικής ενέργειας  $K$  με τη θέση  $x$  από τη θέση  $x_0$  ως τη θέση  $x_1 = 15 \text{ m}$  οπότε και παύει να ασκείται στο κιβώτιο η οριζόντια δύναμη  $F$  (θεωρούμε αρχικά ακίνητο το κιβώτιο) αρκεί να προσέξουμε ότι το σώμα εκτελεί Ε.Ο.Κ., συνεπώς είναι σταθερή η τιμή της κινητικής ενέργειας σε σχέση με τη θέση :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8^2 \Rightarrow K = K_1 = 160 \text{ J}$$

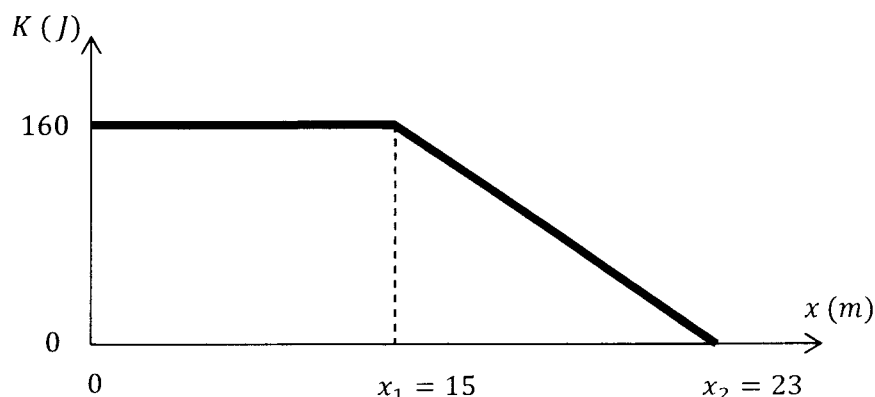
Στη συνέχεια εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη θέση  $x_1$  ως τη θέση  $x_2$  οπότε και σταματά την κίνησή του το κιβώτιο :

$$\begin{aligned}\Delta K &= \Sigma W \Rightarrow K - K_1 = W_F + W_T + W_B + W_N \Rightarrow \\&\Rightarrow K = K_1 + W_T \Rightarrow K = K_1 - T \cdot (x - x_1) \Rightarrow \\&\Rightarrow K = K_1 - T \cdot (x - x_1) \Rightarrow K = K_1 - \mu \cdot mg \cdot (x - x_1) \Rightarrow \\&\Rightarrow K = 160 - 0,4 \cdot 50 \cdot (x - 15) \Rightarrow K = 460 - 20 \cdot x\end{aligned}$$

Τέλος, προκειμένου να σχεδιάσουμε το διάγραμμα κινητικής ενέργειας - θέσης μέχρι τη θέση  $x_2$  αρκεί να υπολογίσουμε τη θέση  $x_2$  :

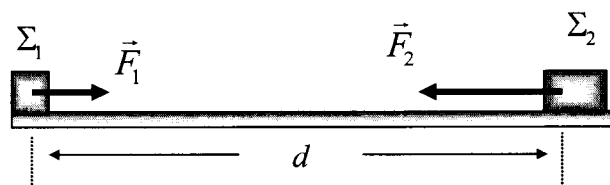
$$\begin{aligned}v_2 &= v_1 - a \cdot t_2 \Rightarrow 0 = v_1 - \frac{T}{m} \cdot t_2 \Rightarrow \\&\Rightarrow 0 = v_1 - \frac{\mu mg}{m} \cdot t_2 \Rightarrow 0 = v_1 - \mu g \cdot t_2 \Rightarrow 0 = 8 - 0,4 \cdot 10 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = 2 \text{ s}\end{aligned}$$

Άρα η θέση  $x_2$  βρίσκεται :  $x_2 = x_1 + v_1 t - \frac{1}{2}at^2 = 15 + 8 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2^2 \Rightarrow x_2 = 23 \text{ m}$



**ΘΕΜΑ Β**

**B<sub>1</sub>.** Δύο μικροί κύβοι  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  με  $m_2 = m_1$  είναι αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και απέχουν απόσταση  $d$ .



Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ασκούμε ταυτόχρονα

δύο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις  $\vec{F}_1$  στο κύβο  $\Sigma_1$  και  $\vec{F}_2$  στο κύβο  $\Sigma_2$  με αποτέλεσμα αυτοί να κινηθούν πάνω στην ίδια ευθεία σε αντίθετες κατευθύνσεις.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Αν οι κύβοι συναντώνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης για τα μέτρα των δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  θα ισχύει

**α)**  $F_1 = 2F_2$

**β)**  $F_1 = F_2$

**γ)**  $F_2 = 2F_1$

**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**B<sub>2</sub>.** Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Ένα ακίνητο περιπολικό, μόλις περνά το αυτοκίνητο από μπροστά του, αρχίζει να το καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Τη στιγμή που το περιπολικό φθάνει το αυτοκίνητο:

**α)** η ταχύτητα του περιπολικού είναι ίση με τη ταχύτητα του αυτοκινήτου.

**β)** η ταχύτητα του περιπολικού είναι διπλάσια από την ταχύτητα του αυτοκινήτου.

**γ)** η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι τριπλάσια από τη ταχύτητα του περιπολικού.

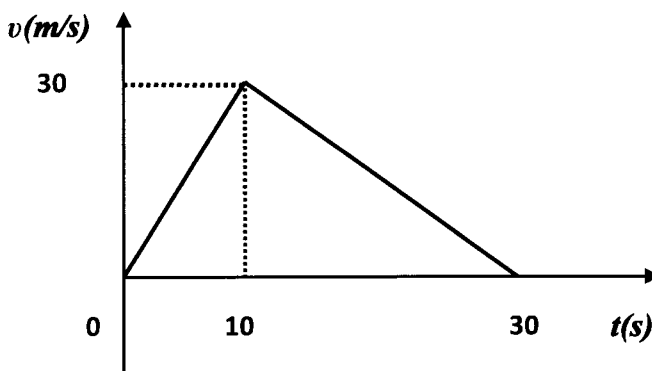
**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογής σας.

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  που κινείται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο.



**Δ1)** Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα να υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα στα χρονικά διαστήματα  $0 \text{ s} \rightarrow 10 \text{ s}$ ,  $10 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από  $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$ . και να υπολογίσετε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα στο χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} \rightarrow 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3)** Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από  $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης για το χρονικό διάστημα από  $10 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.**

**A) β)**

**B)** Αφού το δύο σώματα συναντιούνται στη μέση, σημαίνει ότι έχουν διανύσει την ίδια απόσταση  $x_1 = x_2 = \frac{d}{2}$  στον ίδιο χρόνο. Άρα από τις εξισώσεις της μετατόπισης:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{F_2} \Rightarrow \boxed{F_1 = F_2}$$

**B2.**

**A) β)**

**B)** Οι εξισώσεις κίνησης για το κάθε όχημα είναι αντίστοιχα:

Αυτοκίνητο:  $v_1 = \sigma\tau\alpha\theta.$

$$x_1 = v_1 t$$

Περιπολικό:  $v_2 = a_2 t$

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

Στον ίδιο χρόνο διανύουν το ίδιο διάστημα άρα:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow v_1 t = \frac{1}{2} a_2 t^2 \Rightarrow a_2 = \frac{2v_1}{t}$$

$$v_2 = a_2 t \Rightarrow v_2 = \frac{2v_1}{t} t \Rightarrow \boxed{v_2 = 2v_1}$$

### ΘΕΜΑ Δ

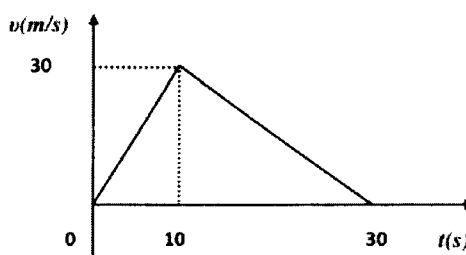
**Δ1.**

Για  $0s \rightarrow 10s$ :

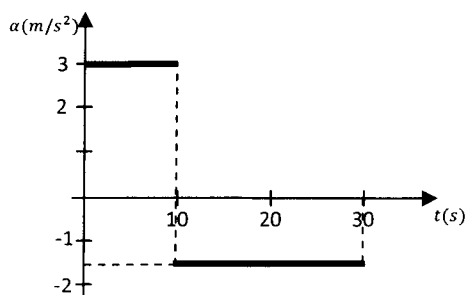
$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30-0}{10-0} = 3 \frac{m}{s^2}$$

Για  $10s \rightarrow 30s$ :

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-30}{30-10} = -1,5 \frac{m}{s^2}$$



**Δ2.**





Για  $0s \rightarrow 10s$ :

$$\Sigma F = ma_1 = 6N$$

**Δ3.**

Για να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε τη συνολική απόσταση που διανύει το σώμα  $s_{ολ}$ .

Από το εμβδιδόν του διαγράμματος ταχύτητας χρόνου έχουμε:

$$\text{Για } 0s \rightarrow 10s: \quad x_1 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 10 = 150m$$

$$\text{Για } 10s \rightarrow 30s: \quad x_2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 20 = 300m$$

$$\text{Άρα } s_{ολ} = x_1 + x_2 = 450m$$

$$\text{Και η μέση ταχύτητα: } v_{\mu} = \frac{s_{ολ}}{t} = \frac{450}{30} \Rightarrow v_{\mu} = 15 \frac{m}{s}$$

**Δ4.**

$$\text{Για } 10s \rightarrow 30s: \quad \Sigma F = ma_2 = 3N$$

$$W_F = \Sigma F \cdot x_2 = 900J$$

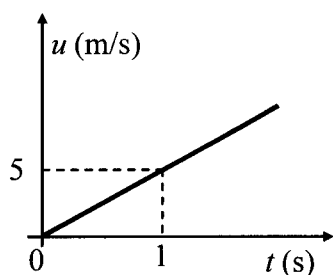
**ΘΕΜΑ Β**

**B<sub>1</sub>.** Η θέση ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα, δίνεται κάθε χρονική στιγμή από την εξίσωση  $x = 5t$  (  $x$  σε m ,  $t$  σε s )  $t \geq 0$  .

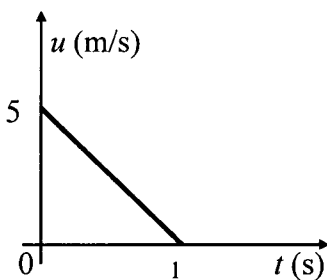
**A)** Από τις παρακάτω τρεις επιλογές να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;

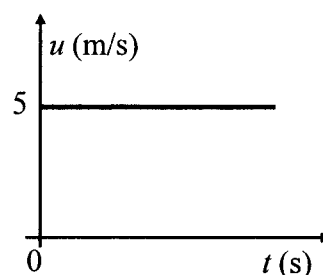
**α)**



**β)**



**γ)**



**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

**Μονάδες 8**

**B<sub>2</sub>.** Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο . Στο κιβώτιο ασκούνται δυο σταθερές αντίρροπες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  με μέτρα  $F_1 = 2 F_2$  . Το κιβώτιο αποκτά επιτάχυνση  $\vec{\alpha}$  ομόρροπη της  $\vec{F}_1$  .



**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση

Αν καταργηθεί η  $\vec{F}_2$  , η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το κιβώτιο θα ισούται με:

**α)**  $2 \vec{\alpha}$

**β)**  $\vec{\alpha}$

**γ)**  $\frac{\vec{\alpha}}{2}$

**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Θέλουμε να μετακινήσουμε ένα βαρύ κιβώτιο μάζας 500 kg αναγκάζοντας το να ολισθήσει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δίδεται ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να θεωρήσετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με τη μέγιστη στατική τριβή (οριακή τριβή), μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

**Δ1)** Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο κιβώτιο για να το μετακινήσουμε πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

***Μονάδες 5***

Αν στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο ασκηθεί οριζόντια σταθερή δύναμη με μέτρο ίσο με 1500 N, τότε να υπολογίσετε:

**Δ2)** το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το κιβώτιο.

***Μονάδες 7***

**Δ3)** το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το κιβώτιο, αφού διανύσει διάστημα ίσο με 32 m.

***Μονάδες 7***

**Δ4)** Αν κάποια στιγμή μέσου του έργου της δύναμης έχει μεταφερθεί στο κιβώτιο ενέργεια ίση με 3.000 J, τότε να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που έχει αφαιρεθεί από το σώμα, μέσου του έργου της τριβής ολίσθησης, στο ίδιο χρονικό διάστημα .

***Μονάδες 6***

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.**

**A)** γ)

**B)** Η εξίσωση της θέσης είναι της μορφής  $x = vt$  (ή  $y = ax$ ) που αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα  $v = 5 \frac{m}{s}$ .

**B2.**

**A)** α)

**B)**

Πριν την κατάργηση της  $F_2$  έχουμε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F_1 - F_2 = ma \Rightarrow F_1 - \frac{F_1}{2} = ma \Rightarrow \frac{F_1}{2} = ma \Rightarrow F_1 = 2ma$$

Μετά την κατάργηση της  $F_2$ :

$$\Sigma F = ma_2 \Rightarrow F_1 = ma_2 \Rightarrow 2ma = ma_2 \Rightarrow a_2 = 2a$$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.**

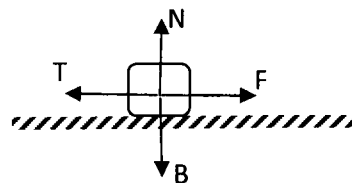
Για να κινήσουμε το κιβώτιο πρέπει να του ασκήσουμε δύναμη τουλάχιστον ίση με τη τριβή.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = 5000N$$

$$T = \mu N \Rightarrow T = 1000N$$

Άρα στο κιβώτιο πρέπει να ασκήσουμε δύναμη:

$$F = 1000N$$



**Δ2.**

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - T = ma \Rightarrow a = \frac{F - T}{m} \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

**Δ3.**

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \Rightarrow t = 8s$$
$$v = at \Rightarrow v = 8 \frac{m}{s}$$

**Δ4.**

Η απόσταση που έχει διανύσει το κιβώτιο όταν του έχει προσφερθεί από τη δύναμη ενέργεια 3000J είναι:

$$W_F = Fx \Rightarrow x = \frac{W_F}{F} \Rightarrow x = 2m$$

Άρα το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = -Tx \Rightarrow W_T = -2000J$$

**B<sub>1</sub>.** Δύο μεταλλικές σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας, βρίσκονται στο ίδιο ύψος πάνω από το έδαφος. Αφήνουμε τη σφαίρα  $\Sigma_1$  να πέσει ελεύθερα ενώ ταυτόχρονα δίνουμε κατακόρυφη αρχική ταχύτητα  $v_0$  με φορά προς τα κάτω στη σφαίρα  $\Sigma_2$ .

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας ( $g$ ) σταθερή, τότε:

**α)** τα έργα που παράγουν τα βάρη των δύο σφαιρών στις παραπάνω κινήσεις είναι ίσα.

**β)** οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

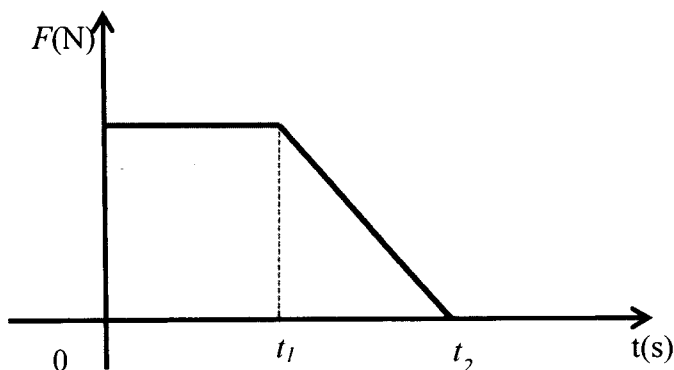
**γ)** οι δύο σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

*Μονάδες 8*

**B<sub>2</sub>** Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να εφαρμόζεται μια οριζόντια δύναμη σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας είναι σταθερό μέχρι τη στιγμή  $t_1$ . Στη συνέχεια το μέτρο της δύναμης μειώνεται μέχρι που μηδενίζεται τη χρονική στιγμή  $t_2$ , όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

**α)** Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

**β)** Μέχρι την στιγμή  $t_1$  το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και στην συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση.

**γ)** Μετά από τον μηδενισμό της δύναμης το σώμα συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

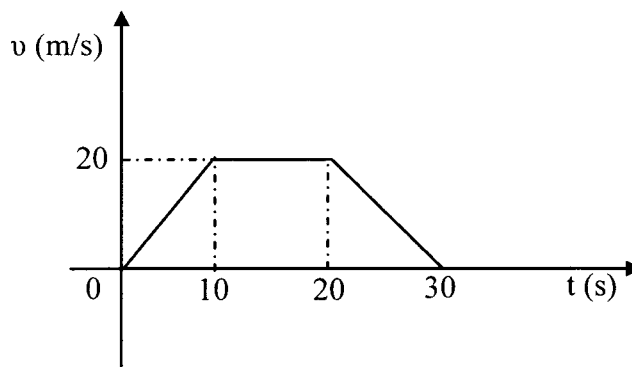
*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

*Μονάδες 9*

### ΘΕΜΑ Δ

Μικρό σώμα μάζας  $m = 10 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι  $\mu = 0,1$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  στο σώμα αρχίζει να ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με τον χρόνο με αποτέλεσμα η τιμή της ταχύτητας του σώματος να μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**Δ1)** Να υπολογίσετε την μετατόπιση του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 30 \text{ sec}$

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της δύναμης  $\vec{F}$  σε συνάρτηση με το χρόνο (F-t) στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3)** Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 15 \text{ s}$

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια  $5 \rightarrow 20 \text{ sec}$

**Μονάδες 6**

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.**

**A)** α)

**B)** Το έργο του βάρους υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_B = mgh$$

δηλαδή εξαρτάται από τη μάζα του σώματος, την επιτάχυνση της βαρύτητας και το ύψος που αφήνεται το σώμα και όχι από την αρχική του ταχύτητα.

Αφού το ένα σώμα έχει αρχική ταχύτητα, θα φτάνει πρώτο στο έδαφος και με μεγαλύτερη ταχύτητα.

**B2.**

**A)** γ)

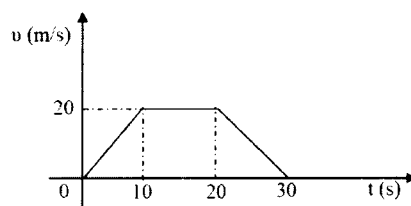
**B)** Όσο ασκείται δύναμη θετική στο σώμα αυτό επιταχύνεται. Επομένως, μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  το σώμα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, μετά επιταχύνεται με μεταβαλλόμενη (μειούμενη) επιτάχυνση και μετά την κατάργηση της δύναμης κινείται με σταθερή ταχύτητα.

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.**

Η μετατόπιση του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 30s$  μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου:

$$\Delta x = \frac{(10 + 30)20}{2} = 400m$$



**Δ2.**

Υπολογίζουμε αρχικά την τριβή που δέχεται το σώμα:

$$T = \mu N = \mu B = \mu mg \Rightarrow T = 10N$$

Για  $0 \rightarrow 10s$ :

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m}}{10 \text{ s}^2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$\Sigma F = F_1 - T = ma_1 \Rightarrow F_1 = 30N$$

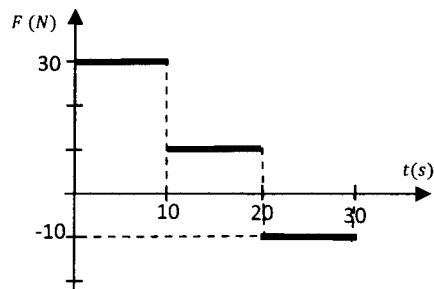
Για  $10 \rightarrow 20s$ :

$$v = \text{σταθ.}$$
$$\alpha_2 = 0$$
$$\Sigma F = F_2 - T = 0 \Rightarrow F_2 = 10N$$

Για  $20 \rightarrow 30s$ :

$$\alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20 \text{ m}}{10 \text{ s}} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Sigma F = F_3 - T = m a_3 \Rightarrow F_3 = -10 \text{ N}$$



**Δ3.**

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 15s$  το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Άρα:

$$P = F \cdot v = 200 \text{ W}$$

**Δ4.**

**α' τρόπος**

Υπολογίζουμε τις μετατοπίσεις σε κάθε χρονικό διάστημα:

$$\text{Για } 5 \rightarrow 10s: (v_1 = a_1 t = 10 \text{ m/s})$$

$$\Delta x_1 = v_1 t + \frac{1}{2} a_1 \Delta t^2 = 75 \text{ m}$$

$$\text{Για } 10 \rightarrow 20s:$$

$$\Delta x_2 = v \Delta t = 200 \text{ m}$$

Και τα αντίστοιχα έργα:

$$\text{Για } 5 \rightarrow 10s:$$

$$W_F = 30 \cdot 75 = 2250 \text{ J}$$

$$W_T = -10 \cdot 75 = -750$$

$$\text{Για } 10 \rightarrow 20s:$$

$$W_F = 10 \cdot 200 = 2000 \text{ J}$$

$$W_T = -10 \cdot 200 = -2000$$

$$\text{Άρα } W_{ολ} = 2250 - 750 = 1500 \text{ J}$$

**β' τρόπος**

$$\text{Για } t = 5s:$$

$$v_1 = a_1 t = 10 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{\Sigma F} \Rightarrow W_{\Sigma F} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{\Sigma F} = 2000 - 500 = 1500 \text{ J}$$



**ΘΕΜΑ Β**

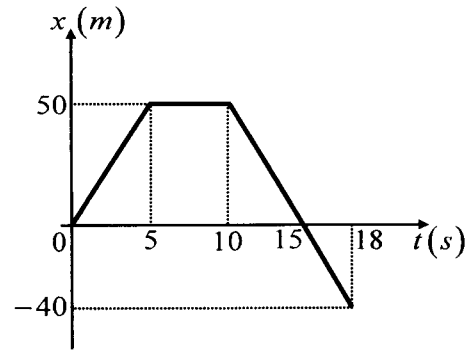
**B1)** Ένα αυτοκίνητο κινείται κατά μήκος ενός ευθύγραμμου οριζόντιου δρόμου, ο οποίος θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα  $x'x$ . Στο διπλανό διάγραμμα παρίστανται η θέση του αυτοκινήτου σε συνάρτηση του χρόνου.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.  
Η μετατόπιση του αυτοκινήτου στην κίνηση που περιγράφεται στο διπλανό διάγραμμα είναι ίση με:

- α) 140 m                      β) 60 m                      γ) -40 m  
Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



**B2)** Σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα ασκείται οριζόντια συνισταμένη δύναμη μέτρου  $F$  και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Αν το σώμα μετατοπιστεί κατά  $\Delta x$ , τότε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά είναι ίσο με  $v$ .

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.  
Αν στο σώμα ασκείται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $4F$  και μετατοπιστεί στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο κατά  $\Delta x$ , τότε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά είναι ίσο με:

- α)  $2v$                       β)  $4v$                       γ)  $\frac{v}{2}$

Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ Δ**

Ένα σώμα μάζας  $m = 20$  kg, ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκούνται σ' αυτό τρεις οριζόντιες συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$ . Οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , έχουν την ίδια κατεύθυνση και μέτρα 35 N και 45 N, αντίστοιχα, ενώ η  $\vec{F}_3$ , έχει αντίθετη κατεύθυνση από τις άλλες δύο.

Το σώμα αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς την κατεύθυνση των  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6$  s έχει διανύσει διάστημα ίσο με 45 m. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$ .

Μονάδες 6

**Δ2)** το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}_3$ .

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καταργούμε μία από τις τρεις παραπάνω δυνάμεις. Το σώμα συνεχίζει την κίνησή του και από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 10$  s, έχει διανύσει συνολικά διάστημα ίσο με 137 m.

**Δ3)** Να προσδιορίσετε και να δικαιολογήσετε ποια δύναμη καταργήσαμε.

Μονάδες 8

**Δ4)** Να υπολογίσετε το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_2$ .

Μονάδες 5

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

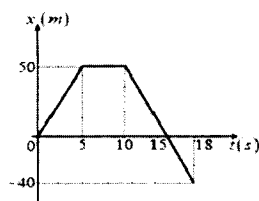
### ΘΕΜΑ Β

**B1.**

**A) γ)**

**B)** Η μετατόπιση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}} = -40 - 0 = -40\text{m}$$



**B2.**

**A) α)**

**B)** Αν τετραπλασιαστεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα τετραπλασιάζεται και η επιτάχυνση του  $a' = 4a$ . Οι εξισώσεις κίνησης του σώματος πριν και μετά είναι:

Πριν	Μετά
$v = at$	$v' = a't'$
$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$	$\Delta x' = \frac{1}{2}a't'^2$

Αφού η οριζόντια μετατόπιση είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις:

$$\Delta x = \Delta x' \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a't'^2 \Rightarrow at^2 = 4a't'^2 \Rightarrow t' = \frac{t}{2}$$

Άρα:

$$v' = a't' \Rightarrow v' = 4a \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow v' = 2at \Rightarrow v' = 2v$$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.**

Από την εξίσωση θέσης του σώματος έχουμε:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow a = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Δ2.**

Για το σώμα ισχύει:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F_1 + F_2 - F_3 = ma \Rightarrow F_3 = F_1 + F_2 - ma \Rightarrow F_3 = 30\text{N}$$

**Δ3.**

Το σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6\text{s}$  έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v_1 = at_1 \Rightarrow v_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Από τη χρονική στιγμή  $t_1 \rightarrow t_2 = 10\text{s}$  έχει διανύσει:

$$\Delta x = 137 - 45 = 92\text{m}$$

Επομένως η επιτάχυνση του σώματος για αυτό το διάστημα είναι:

$$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2}a_2 \Delta t^2 \Rightarrow 92 = 60 + \frac{1}{2}16a_2 \Rightarrow a_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση του σώματος έχει αυξηθεί, άρα έχει καταργηθεί η δύναμη που ήταν αντίθετη στην κίνηση του σώματος, δηλαδή η  $F_3$ .

**Δ4.**

Υπολογίζουμε το έργο κάθε δύναμης:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x = 35 \cdot 137 = 4795J$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x = 45 \cdot 137 = 6165J$$

$$W_{F_3} = -F_3 \cdot \Delta x = -30 \cdot 45 = -1350J$$

Το ολικό έργο θα ισούται με το άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων:

$$W_{ολ} = 9610J$$